

1838

1765

73

4-8°

MK

65 B

70

22 1/2

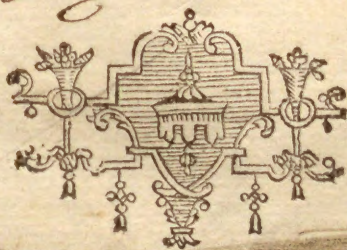
~~1255~~
~~1705~~
~~1770~~

3-4 9KB

ЮГ. ФРИДЕРИКА
ВЕЙДЛЕРА
АРИΘΜΕΤΙΚΑ.
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И
ПРАКТИЧЕСКАЯ,
ПЕРЕВЕДЕННАЯ
СЪ
ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА
МАГИСТРОМЪ

Дмитріемъ Даничопыиъ.

А. М. Сторожевъ



XX-816



Печатана при Императорскомъ Московскомъ
Университетѣ 1765. году.

*1765
1765
20 +*

W ¹⁹ / 180

Webb Kromb Gumpert
Kromb

* * * * *

НАСТАВЛЕНІЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ
ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЯ,
или
ОПИСАНІЕ ВООБЩЕ
о
МАТЕМАТИКЪ
и
ЕЯ ЧАСТЯХЪ,
и о способѣ
Математическомъ.



§. 1.

*Колики*мъ (*Quantum*) называется всякая вещь, которая увеличена и уменьшена быть можетъ.

§. 2.

Содержаніе (*Ratio*) есть взаимное отношеніе между собою коликихъ одинакаго роду, въ разсужденіи количества.

§. 3.

Количество (*Quantitas*) есть опредѣленное содержаніе коликихъ одинакаго роду. На пр. когда число сравнивается съ единицею, и опредѣляется, сколько оное сію въ себѣ содержишь: то чрезъ сіе количество числа познается. Или, когда прямая линія извѣстной длины принимается за единицу, и сравнивается съ другою болѣею прямою жъ линіею. Ибо количество болѣеи линіи

опредѣляется шѣмъ, когда извѣстно будетъ, сколько разъ большая линѣя содержитъ въ себѣ меньшую.

§. 4.

И такое изслѣдованіе содержанія вещей коликихъ, *измѣреніемъ* (Mensio), а само меньшее коликое, которое сравнивается съ большимъ, *мѣрою* (Mensura) того называется.

§. 5.

Науки, кои показываютъ сравненіе и измѣреніе вещей коликихъ, вообще называются *настапленія Математическія* (Μαθηματικά и μαθημάτων). Или *Математика* (Mathesis) есть наука о количествѣ; и кажется, что сіе общее имя науки, какъ для древности, такъ и для точнаго доказательства всякой истинны, дано шѣмъ наукамъ, и соблюдено было опъ потомковъ.

§. 6.

А какимъ образомъ раздѣлять Математическія науки, въ разсужденіи самой вещи, которая въ нихъ преподается, о томъ показываетъ разсужденіе. Ибо два только сущъ рода коликихъ. Нѣкоторыя изъ нихъ состоятъ изъ частей между собою не соединенныхъ, или раздѣльныхъ; а другія изъ частей соединенныхъ. Въ разсужденіи первыхъ, *количество раздѣльное* (Quantitas discreta), или *число* (Numerus) и *множество* (Multitudo); а въ разсужденіи послѣднихъ, *количество непрерывное* (Quantitas continua),

или



или протяженіе (Extensio) и величина (Magnitudo) называется.

§. 7.

О количествѣ раздѣльномѣ, или числѣ, (1) *Ариѳметика* (Arithmetica); о количествѣ жѣ непрерывномѣ, или протяженіи, (2) *Геометрія* (Geometria) толкуемъ. Изъ сихъ двухъ частей состоитъ *Математика чистая* (Mathesis pura), въ которой преподаются собранныя изъ подобій вещей, и опъ математики отдѣленныя всеобщія понятія коликихъ.

§. 8.

И такъ къ Математикѣ чистой принадлежитъ также (3) *Ариѳметика всеобщая* (Arithmetica uniuersalis), или *Аналитика* (Analysis); поелику въ ней показывается способъ находить коликія, помощію сравненія и общаго исчисленія. Сію на концѣ положимъ за благо разсуждено для того, дабы разумъ нашъ, будучи напередъ нѣскольکو въ силу приведенъ, и укрѣпленъ знаніемъ Математическихъ истинъ, могъ и скорѣе понимать способы ея, и употреблять оныя въ свою пользу съ лучшимъ успѣхомъ.

§. 9.

Но какъ Математика, во первыхъ способствуетъ для украшенія и извѣсненія естественной науки, потому что количество есть спрасть тѣламъ общая и нужная; того для давно уже она на сей конецъ какъ опъ Египтянъ, такъ и опъ Грековъ, почитаема

была. И такъ опшуда получила свое начало
Математика смѣшенная (Mathesis applicata,
 five mixta), которая нѣкоторыя главы Физики,
 помощію чистой Математики, въ видѣ на-
 уки обращенныя, въ себѣ содержитъ. Та-
 кимъ образомъ Геометрія, употребленная въ
 помощь для измѣренія линій, или лучей
 свѣта, произвела (4) *Оптику* (Opticam),
 которая, по причинѣ прозякаго различія свѣ-
 та, составляетъ также три части, то есть,
Оптику (Opticam), собственно такъ назван-
 ную, о прямыхъ лучахъ свѣта; *Катоптри-*
ку (Catontricam), объ отъраженныхъ, и *Ди-*
оптрику (Dioptricam) о преломленныхъ лу-
 чахъ. Также Оптика, будучи соединена съ
 началами Арифметики, Геометріи и особен-
 ными опытами, полагаетъ основанія (5)
Астрономіи (Astronomiae), или наукъ о дви-
 женіи, величинѣ и разстояніи звѣздъ, и
 о взаимныхъ ихъ положеніяхъ. Изъ Астроно-
 міи жъ выводятся главнѣйшія начала, нуж-
 ныя для измѣренія земли, то есть, для со-
 чиненія (6) *Географіи* (Geographiam), и дру-
 гія истинны, кои служатъ для измѣренія и
 раздѣленія времени; откуда (7) *Хронологія*
 (Chronologia) и (8) *Гномоника* (Gnomonica)
 получили свое начало. Равнымъ образомъ
 чрезъ Арифметику и Геометрію, наука о дви-
 женіи и тяжести тѣлъ исправляется, и по-
 лучаетъ приращеніе; по чему Математика
 смѣшенная содержитъ въ себѣ также и (9)
Механику (Mechanicam), или общую на-
 уку о движеніи тяжелыхъ тѣлъ; также
 (10) *Гидростатику* (Hydrostaticam), или
 специальную науку о сысканіи вѣсу, какъ

жидкихъ, такъ и твердыхъ тѣлъ, которые поверхъ жидкаго тѣла или плаваютъ, или въ ономъ упоають, и (11) *Аерометрію* (Aërometrium), или *Аеростатику* (Aërostaticam), о измѣреніи жидкаго воздушнаго тѣла, и (12) *Гидраплику* (Hydraulicam), которая принадлежитъ особливо до движенія и возвышенія жидкихъ тѣлъ. Наконецъ, ежели къ доводамъ чистой Математики присовокуплены будутъ другія, кои или Механика, или опыты въ тѣмъ родѣ производятъ, составляются изъ того Архитекторскія науки, то есть, (13) *Архитектура Гражданская* (Architectura civilis), и (14) *Военная* (Militaris), изъ коихъ одна показываетъ, какъ украшать городъ строеніями; а другая, какъ защищать и укрѣплять оной противъ непріятельскаго нападенія.

§. 10.

И такъ изъ показанныхъ четырнадцати частей состоитъ цѣлая Математика, какъ чистая, такъ и смѣшенная. Ибо *Тригонометрія плоская* и *сферическая*. (Trigonometria plana, & sphaerica) составляютъ особливныя главы въ Геометріи о исправномъ рѣшеніи плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ, такъ что зная три части треугольника, можно будетъ сыскать и прочія. *Музыка жъ* (Musica) опускается по той причинѣ, что она еще въ древнія времена отъ послѣдователей Платоновой Философіи причислена была къ Математическимъ наукамъ. См. коммент. Прокл. къ Евклид. стран 11. издан.

на Греч. язык. въ Василевѣ І. Герваг. Ибо она немногія токмо начала заимствуетъ изъ Арифметической науки о пропорціяхъ, но больше въ томъ способствуетъ разумъ и остроуміе мастера, который умѣетъ многими разными образами перемѣшивать пріятные звуки.

§. II.

Исторія о Математикѣ кратко предложена быть не можетъ. Чего для объ оной при началѣ каждой части весьма пристойно и упоминается. Прочее жъ въ самомъ преподаваніи вездѣ дополняется похвальными изобрѣшеніями Математиковъ. Однако здѣсь надлежитъ упомянуть о томъ, что мы ни чего извѣстнаго не имѣемъ объ Авторахъ и первыхъ изобрѣтателяхъ Математики. Греческіе писатели свидѣтельствуютъ, что Египтяне и Халдеи еще въ древнія времена знаніемъ сихъ наукъ славны были, и сказываютъ, что они изобрѣли Геометрію, когда межи полей, сѣв ежегоднаго наводненія рѣкы Нила, въ непорядокъ приведенныя, возобновлять старались. См. Геродот. книг. 2. стран. 68. Стеф. Прокл. кн. 100. стран. 19. Но сіи, то есть, Халдеи учились сперва смотрѣть на звѣзды, и изобрѣшеніемъ Астрономіи похвалу себѣ заслужили. См. Діодор. Сицил. *Библиот. истор.* кн. 2. гл. 3. Опъ Египтянъ же, *Балевъ* и *Пифагоръ*, въ началѣ шестсого вѣка, прежде Эры Христіанской, перенесли Математическія науки въ Грецію, которыя привели Греки въ лучшей порядокъ, и умноживъ оныя, письменнo предали потомкамъ.

кам. Въ семъ свѣрхѣ прочихъ Александрійскіе Математики, и ихъ ученики. *Эвклидъ, Аполлоній, Архимедъ, Гиллархъ, Θεοδοσίη, Πτολόμεη, Διόφαντосъ, Θεонъ, Епτοдій, Паллъ*, и другіе похвалу себѣ заслуживашъ. Въ Алек андрійской школѣ сіи науки послѣ Рождества Христова нѣсколько еще вѣковъ процвѣтали, пока отъ нападенія Араповъ любители тѣхъ наукъ не разбѣжались по разнымъ мѣстамъ. Между тѣмъ и сами Асапы любили Математическія науки, и по тому славнѣйшія Грековъ сочиненія перевели они на свой языкъ, и распространили оныя до Европейцовъ, прежде нежели симъ извѣстны были Греческія сочиненія. Но наконецъ Европейцами, послѣ того, какъ у нихъ возстановлены были науки, вся Математика, по разсмотрѣніи природныхъ сей наукъ источниковъ, чуднымъ образомъ исправлена была, и множайшими дополненіями умножена такъ, что нынѣ совсѣмъ новой видъ имѣетъ. Впрочемъ исторію о древней Математикѣ обстоятельнѣе можно знать изъ книги *Діогена Лаерція о жизни Философовъ*, а особливо изъ *Θалеса и Πινεагора*, также изъ вышепомянутыхъ *Прокла Діодоха* коммент. на первую книгу *Эвклидову*. Между новѣйшими жѣ объ оной вообще знаютъ *Петръ Рамъ школ. Математ. кн. 1. Іос. Бланканъ въ Хронологіи Математики. Г. І. Воссій въ тракт. о свойствахъ и учрежденіи Математики, и К. Ф. Миллѣтъ Дешале въ тракт. объ уселѣхѣ Математики и о славныхъ Математикахъ. том. I. Матем. курс.*



§. 12.

Порядокъ, которой имѣютъ и наблюда-
ютъ училища Математики, какъ въ дока-
зательствѣ истиннѣ, такъ и въ сочиненіи
наукъ, называется *Математическимъ сло-
собомъ* (Methodus Mathematica). Вся сила сего
порядка состоитъ въ томъ, чтобъ дѣлать
начало отъ первыхъ и самыхъ легчайшихъ
понятій о вещахъ коликихъ, и отсюда вы-
водить первыя истинны; а изъ сравненія и
соединенія сихъ между собою, находить но-
выя втораго роду предложенія, и каждую въ
самомъ преподаваніи располагать такъ, чтобъ
начала послѣдующихъ предложеній содержа-
лись въ предъидущихъ. О которомъ спосо-
бѣ разсуждая Цицеронъ, въ кн. 5. гл. 28. о
концѣ добра и зла, говоритъ: *пѣ Геоме-
трій, естли допустишь лерпое: то уже
нее доускатъ должно.*

§. 13.

Чтобъ соответствовать законамъ сего
правила: то надлежитъ, какъ сказано, про-
изводить начало отъ первыхъ о вещахъ по-
нятій, въ разсужденіе принимаемыхъ, и о
томъ прилѣжно стараться, дабы оныя над-
лежащимъ образомъ изображаемы были, и ни-
какому сомнительству и тѣмнотѣ не под-
лежали: и какъ различія понятій во первыхъ
обстоятельно изъяснилъ Лейбницій Act. erud.
1684. год. стран. 537; того ради объ оныхъ и
что здѣсь объявить можно. Понятіе (поню)
есть представленіе, или воображеніе вещи въ
умѣ. То понятіе называется *яснымъ* (clara),
копо-

которое довольно къ разпознанію какой вещи, и къ различенію оной отъ другихъ; *темнымъ же* (*obscura*), которое не довольно къ разпознанію какой вещи. Но ясность понятія увеличивается *тѣмъ*, естли понятіе *сверхъ* того будетъ *подробное* (*distincta*), то есть, когда имѣемъ мы ясныя понятія о *тѣхъ* примѣтахъ, кои, во время какого воображенія, намъ представляются; сему противопоставляется понятіе *зблудчивое* (*confusa*), въ которомъ не достаетъ ясныхъ понятій о *тѣхъ* примѣтахъ. На послѣдокъ ясность понятія бываетъ совершенная, естли оно *сверхъ* того будетъ *полное* (*adaequata*), то есть такое, въ которомъ будутъ находиться ясныя и при томъ подробныя понятія о примѣтахъ соединяющихся, для воображенія онаго; но когда ихъ не достаетъ, тогда, хотя понятіе ясное и подробное бываетъ, токмо *не полное* (*inadaequata*) отъ Лейбниція называется.

§. 14.

Изъясненіе о понятіяхъ въ Математикѣ содержитъ *опредѣленія* (*Definitiones*), которыя во всякой наукѣ занимаютъ первое мѣсто. Какая жъ какого Математическаго опредѣленія сила должна быть, о томъ изъ вышесказаннаго ясно знать можно. То есть, стараться надлежитъ, чтобъ о всякой вещи, которая принимается въ разсужденіе, соображенныя, ясныя, подробныя, и сколько можно, полныя понятія дѣланы были. Опредѣленія суть двоякаго рода: одно *опредѣленіе имени* (*Definitio nominalis*), въ которомъ

исчи-

исчисляются знаки, довольные для различія одной вещи отъ другихъ; другое *опредѣленіе вещи* (Definitio realis), въ которомъ показывается начало вещи, отъ котораго свойство ея зависитъ. Обоего рода опредѣленія составляютъ, рассуждая прилѣжно какъ общія, такъ и собственныя спрасити вещей; понеже изъ оныхъ выводится понятіе о родѣ, а изъ сихъ о видѣ, или различіи спеціальномъ. Но какъ видѣ яснѣе разумѣть можно, естли способъ, чрезъ которой вещь получила бытіе, будетъ извѣстенъ; того ради надлежитъ имѣть стараніе о томъ, чтобъ до тѣхъ поръ, ежели можно, и употребляти свои силы. Что въ Математическихъ доводахъ лучше, нежели въ другомъ мѣстѣ обыкновенно удастся. Гдѣ жъ происхожденія вещи со всѣмъ узнать не можно: то въ такомъ случаѣ довольно только имѣть свойствъ ея извѣстныхъ, и опредѣленіе, которое изъясняетъ оныя свойства и существенныя качества, между тѣмъ почитается за опредѣленіе вещи. См. Барров. Матем. Лекц. 7. стран. 309.

§. 15.

За опредѣленіями слѣдуютъ *аксіомы* (Axiomata), то есть, первыя истинны, которыя потчасъ происходятъ изъ опредѣленій, и не требуютъ особливаго доказательства.

§. 16.

Къ симъ аксіомамъ древніе обыкновенно присовокупляли, или напередѣ ихъ полага-
ли

ли *требованія* (*Postulata*), чрезъ которыхъ опѣ читателей требовали того, дабы они поняли, о какихъ въ умѣ представленныхъ или опвлеченныхъ, по приличности чрезъ нѣкоторое подобіе, глазами видимое, изображали. И сіе дѣлали для того, чтобы не совершенства знаковъ, или изображеній не были опѣ нихъ приписываемы опвлеченнымъ понятіямъ, и тѣмъ бы съ мымъ не портили они доказательства. Какъ на пр. Евклидъ въ началѣ *Элементовъ* требуетъ, чтобы можно было провести, или продолжить линію. Но понеже доказательство не къ порочнымъ линіямъ, которыя проводятся грифелемъ, но къ опвлеченнымъ и въ умѣ представленнымъ, и порока не имѣющимъ относится, и черченіе, или изображеніе линіи, или числа дѣлается для одной токмо способности воображенія, и для вспоможенія внятіиѣйшаго размышленія, которое вспоможеніе познанія справедливой читатель нимало не будетъ оуждать; того ради слѣдуетъ, что требованія, безъ урону Математическаго доказательства, опущены быть могутъ. Проклъ въ книгѣ 100. въ гл. 22. объявляетъ, что требованія прежде сего также назывались *положенія* (*hypotheses*).

§. 17.

Послѣ опредѣленій и аксіомъ слѣдуютъ *теоремы* (*Theoremata*), или истинныя въпоряду, помощію которыхъ дѣлается сравненіе множайшихъ опредѣленій и аксіомъ.

§. 18.

§. 18.

Но какъ познаніе Математическихъ истинъ должно быть полезное; того ради оныя попомъ относятся къ рѣшенію нѣкоторыхъ практикъ, и такія предложенія, которыя учатъ сношенію истинъ съ рѣшеніемъ какого дѣла, называются *задачи* (problemata).

§. 19.

Изъ Теоремъ иногда познаются *прибавленія* (Confectaria), или спознанныя истинны, которыя не утверждаются особливимъ доказательствомъ, но ясно изъ доказанныхъ уже происходятъ. Такія прибавленія могутъ присовокупляемы быть и къ задачамъ, когда изъ предложенной практики другая при томъ явствуетъ. Присовокупляются же и къ опредѣленіямъ, и тогда уподобляются аксіомамъ.

§. 20.

Напоследокъ между предложеніями, о которыхъ до сихъ мѣстъ говорено, вездѣ находятся *примѣчанія* (scholia), въ которыхъ преподаются нѣкоторыя примѣчанія, служащія для довольнѣйшаго изъясненія сказанныхъ.

§. 21.

Сказано уже, что истинны вѣдѣнаго рода требуютъ доказательства. А сіе состоитъ въ разсужденіи, или въ Силлогизмѣ, помощію котораго, сравнивъ между собою понятія и истинны, какъ первыя, такъ и вторыя, прежде уже изъясненныя, и нуж-
ныя

ныя для уразумѣнія предложенія, доказывае-
ся то, что предложенная теорема справед-
лива, или нѣкоторая практика здѣлана над-
лежащимъ образомъ. Однако за ненужное по-
читается, чтобъ доказательства задачи всегда
въ особенности предлагаемы были. Ибо ко-
гда тѣхъ истиннѣ, на которыхъ утверждае-
тся справедливость дѣйствія, связь извѣ-
стна, то довольно, еслили объ оныхъ или въ
самомъ рѣшеніи (resolutione) (ибо такимъ
образомъ называется исчисленіе правилъ, для
составленія какого дѣла и рѣшенія практи-
ки служащихъ), кратко упомянуто будетъ,
или для сокращенія, одни только чѣсла тѣхъ
параграфовъ, въ которыхъ содержатся осно-
ванія такой практики, приписаны будутъ.
См. Вейгел. Тр. о доказательствахъ Ари-
стотелическо - Эпиклидопомъ раздѣл. 3.

§. 22.

На концѣ теоремъ древніе обыкновенно
прилагали слѣдующую формулу: что на де-
жало доказать (quod erat demonstrandum);
а послѣ задачъ полагали такое заключеніе:
что на дежало здѣлать (quod erat faciendum).
То есть, чтобъ предложенія теоретическія
и практическія различены были между собою
нѣкоторымъ знакомъ; еслили жъ въ самомъ
началѣ тотчасъ упомянуто будетъ объ име-
ни теоремы или задачи: то по справедливо-
сти выпускаются оныя заключительныя фор-
мулы.

§. 23.

Кромѣ сихъ названій, которые при
толкованіи Математическихъ доводовъ упо-
тре-

преблѣются, иногда случаются имя *Леммы* (*Lemmatis*), которая означаетъ вспомогательное доказываемое предложеніе, для одного или множайшихъ слѣдующихъ предложеній принимаемое. Изъ чего явствуетъ, что въ разсужденіи всей взятой какой науки, многія предвѣдущія истинны будутъ Леммы послѣдующихъ; однако между тѣмъ названіе Леммы не безприлично приписывается тому предложенію, которое не принадлежитъ къ настоящему мѣсту, но выводится изъ другого, и употребляется для уразумѣнія нѣкоторыхъ теоремъ или задачъ. О употребленіи Леммъ древнихъ Математиковъ упоминаетъ Проклъ на стран. 58.

§. 24.

Все, что еще ни было говорено о способѣ Математиковъ, во первыхъ служивъ въ чистой Математикѣ, доказательство котораго хотя и изъясняетъ такую ясность, что при употребленіи онаго могутъ наблюдаемы быть законы обстоятельнѣйшаго и совершеннѣйшаго порядка; однако въ смѣшанной Математикѣ не рѣдко и не ничего надлежитъ опускать изъ оной строгости доказательствъ, когда происходящая изъ самыхъ вещей неясность опровергаетъ опредѣленія и ясныя аксіомы. Чего ради, хотя и будемъ стараться о томъ, чтобъ въ оной употреблять пошже порядокъ, которой употребляемъ и въ чистой Математикѣ; однако иногда другія предложенія сверхъ помянутыхъ, то есть, положенія и примѣчанія надлежитъ присовокуплять къ первымъ.

§. 25.

§. 25.

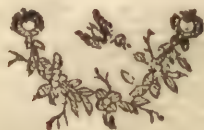
Но положенія суть на подобіе требова-
ній, которыя въ сомнительной вещи выво-
дятся изъ достовѣрныхъ признаковъ, и до
пѣхъ поръ почитаются за справедливыя,
пока обѣ оной лучшаго и извѣстнѣйшаго свѣ-
денія не будетъ получено. Какъ на пр. въ
Астрономіи принимаемъ такой видъ небе-
снаго положенія, какой лучше прилечество-
вать находимъ чрезъ опыты. Положенія обы-
кновенно называются также произвольныя
положенія, чрезъ которыя опредѣляются, или
раздѣляются неизвѣстныя мѣры особенныхъ
количествъ, какъ на пр. въ Ариѳметикѣ сум-
ма десяти единицъ принимается за началь-
ное основаніе большихъ количествъ, или,
когда знакамъ чиселъ дается знаменованіе по
мѣсту такъ, что одно тоже число иногда
значитъ десятки, иногда сотни, тысячи и
другія большія суммы. Или, когда въ Геоме-
тріи извѣстная величина фута, сажени и
проч. принимается, и раздѣляется на мень-
шія части.

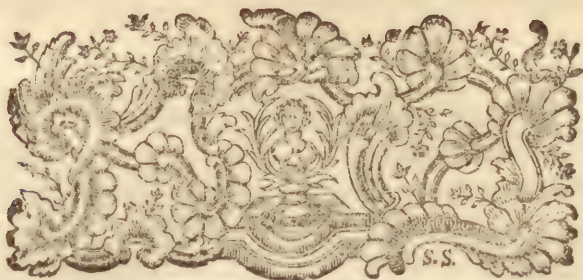
§. 26.

Примѣчанія (observationes) въсмѣщенной
математикѣ не что иное суть, какъ явле-
нія (phenomena), или дѣйствія вещей на-
туральныхъ, дознанныя опытами, изъ кото-
рыхъ выводятся нѣкоторыя прибавленія о
свойствѣ и видѣ самой той вещи. Чего
ради такія предложенія, понеже утвержда-
ются на чувствахъ, въ наставленіяхъ смѣ-
щенной математики, гдѣ, смотря по дѣй-
ствіямъ, надлежитъ разсуждать о причинахъ,

почитаются вмѣсто Аксіомъ, и получающѣ большую ясность отъ неусыпнаго старанія и примѣчанія обстоятельствъ. Но пространнѣйшее изъясненіе математическаго способа учинилъ Сл. Вольфъ въ особливомъ своемъ разсужденіи, которое, при началѣ начальныхъ основаній всеобщей Математики, изданныхъ на Латинскомъ языкѣ, читать можно.

О пользѣ Математики справедливо и важно разсуждаетъ Меланѣонъ къ Альфрагану. Коль, говоритъ, справедливо, какъ со всякимъ раченіемъ склонять и поощрять добрые разумы къ Математическимъ наукамъ, коихъ познаніе и само чрезъ себя сподобное, и приноситъ многія пользы въ жизни сей, и дѣлаетъ умы припычными къ снискипанію доказательствъ, и къ любленію истинны, которая добродѣтель по перлыхъ по достоинству приличествуетъ ученому челоуку, которой упражняется въ наукахъ и разсатрипаніи пажнѣйшихъ вещей.





АРИΘΜΕΤΙΚΑ


ГЛАВА ПЕРВАЯ

СОДЕРЖИТЬ ОБЩІЯ ОПРЕДѢЛЕНІЯ
И АКСІОМЫ, КОТОРЫЯ ВЫ-
ВОДЯТСЯ ОТТУДА.



ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. I.

 *Единица* (Unitas) есть, въ разсужденіи)
которой, все то, что есть, называет-
ся *однимъ*. Или, единица означаетъ
всякую вещь, которая какъ бы одна и нераз-
дѣльна принимается въ разсужденіе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. *Число* (Numerus) есть множеств^о
мнѣ единицъ составленное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. *Ариѳметика* (Arithmetica) есть)
наука о сравненіи чиселъ, и отсюда прои-
сходящихъ разныхъ ихъ свойствъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 4. Ариѳметика раздѣляется на теоретическую (Theoreticam) и практическую (Practicam); теоретическая показываетъ свойства чиселъ сравненныхъ, а практическая употребленіе оныхъ при рѣшеніи разныхъ задачъ; или, практическая Ариѳметика есть способъ, показывающей исправное и сокращенное употребленіе чиселъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 5. Обѣ вмѣстѣ подкуются въ сихъ наставленіяхъ какъ для того, понеже удобнѣе дѣлается рѣшеніе задачъ, еслии бываетъ сношеніе съ вышеобъясненными началами, такъ и для того, понеже практика дѣлаетъ теорію увеселительнѣею. Впрочемъ Ариѳметика должна имѣть первое мѣсто между математическими науками, по колику и величина, такъ какъ множество частей, разсуждаема и числами изображаема быть можетъ, чтобъ для того польза науки исчисленія весьма пространно раздѣлялась по всей математикѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 6. Равныя (Aequalia) суть, которыя, въ разсужденіи количества, точно сходствуютъ между собою. Такія количества, на конецъ означаться будутъ двумя параллельными линіями $=$. Неравныя (Inaequalia) суть, которыя между собою разнствуютъ величиною, то есть, когда часть одного равняется другому цѣлому.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 7. Больше (Maius) есть, котораго часть равна другому цѣлому. Меньше (Minus) есть, которое равняется части другаго.

Знакъ

Знакъ большинства (Maioritatis) есть $>$, а меньшинства (Minoritatis) $<$.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ VII.

§. 8. Подобныя (Similia) называются, кои хъ знаки, по которымъ они различаются, сходствуютъ, такъ что разпознаны бытъ не могутъ, естли самымъ дѣломъ не будутъ сравнены между собою. На пр. пропорциональныя числа 1 къ 2 и 3 къ 6, которыя имѣютъ одинакой знакъ своего содержанія, могутъ назваться подобными, ибо въ обоихъ мѣстахъ есть двойное содержаніе. Знакъ подобныхъ есть \propto .

ОПРЕДѢЛЕНИЕ VIII.

§. 9. Число измѣрять число (Numerus numerum metiri) называется, когда меньшее число, нѣсколько разъ взятое, равно бываетъ большому числу.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ IX.

§. 10. Часть (Pars) есть число числа, или, меньшая доля большаго количества. Есть, или, нѣсколькая (Aliquota), которая, нѣсколько разъ взятая, измѣряетъ большее количество, и оному равняется; или, нѣколикая (Aliquanta), которая не измѣряетъ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ X.

§. 11. Цѣлымъ (Totum) называется количество, относя къ частямъ, кои оно въ себѣ содержитъ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XI.

§. 12. Подобныя части нѣсколькихъ (Similes partes aliquotas) суть, кои равна измѣряютъ свои цѣлыя; или, которыя въ своихъ

цѣлыхъ нѣскольکو разѣ содержащія по равну. На пр. 2 и 3 суть подобныя части числа 4 и 6, по колику каждая изъ нихъ дважды содержится въ своемъ цѣломъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 13. *Подобныя части нѣсколькія* (Similes partes aliquantae) суть, кои содержатъ въ себѣ по равну многіа нѣсколькія части своихъ цѣлыхъ. На пр. части 4 и 6, будучи сравнены съ 10 и 15, суть подобныя. Ибо хотя ни одна изъ нихъ не измѣряетъ соотвѣствующаго цѣлаго; однако каждая содержитъ въ себѣ двѣ подобныя нѣсколькія, то есть, пятыя части цѣлаго, къ которому относится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 14. *Соизмѣримыя* (Commensurabiles) количества суть тѣ, которыя измѣряетъ общая мѣра; *не соизмѣримыя* (incommensurabiles) суть, кои не измѣряетъ общая мѣра (§. 196. Геом.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 15. *Ровное* (par) число есть, которое содержитъ въ себѣ два равныя цѣлыя. *Неровное* (impar) есть, которое единицею разнится отъ ровнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 16. *Равно ровное* (pariter par) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ ровное. *Равно неровное* (pariter impar) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ неровное. *Неравно неровное* (impariter impar) есть, которое измѣряется неровнымъ чрезъ неровное.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 17. *Первое число* (primus numerus) есть, которое измѣряется одною единицею; *сложное* (compositus), которое измѣряется другимъ числомъ, кромѣ единицы.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 18. *Первыя между собою* (primi inter se) числа суть, которыя не имѣютъ общей мѣры, кромѣ единицы. На пр. 8 и 15. *Сложныя между собою* (compositi inter se) числа суть, которыя имѣютъ общую мѣру, кромѣ единицы. На пр. 9, 12, 15, всѣ имѣютъ одну мѣру 3.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 19. *Число сопершенное* (Numerus perfectus) есть, которое равно всѣмъ своимъ мѣрамъ. На пр. $6 = 3$. 2. 1. своимъ частямъ. Такія же суть 28, 496, 8128. и проч. Слово, какъ находить сопершенныя числа, показываетъ Эвклидъ IX. 36. См. при томъ Мерсен. предупѣд. мнѣн. физико-Матем. Нум. 9. и Такпет. Ариф. кн. III. стран. 119. Изъ показанныхъ опредѣленій происходятъ слѣдующія

АКСІОМЫ.

- I. §. 20. *Единица измѣряетъ всякое число чрезъ единицы, кои въ немъ находятся.*
- II. §. 21. *Всякое число измѣряетъ само себя чрезъ единицу.*
- III. §. 22. *Тоже количество равно самому себѣ.*

- IV. §. 23. Рапныя между собою могутъ перемѣняться, и одно на мѣсто другаго поставлено быть можетъ.
- V. §. 24. Количества, рапняющіяся одному третьему, рапны между собою. (Таже Аксиома служитъ и пѣ разсужденіи подобныхъ количествъ, которыя, когда сходстпуютъ съ однимъ третьимъ: то сходстпуютъ и между собою).
- VI. §. 25. Ежели къ рапнымъ придашь рапныя: то рапныя и происходятъ.
- VII. §. 26. Ежели отъ рапныхъ отъимешь рапныя: то рапныя и остаются.
- VIII. §. 27. Изъ нерапныхъ одно больше, а другое меньше.
- IX. §. 28. Цѣлое есть больше всякой споей части.
- X. §. 29. Цѣлое рапно пѣмъ споиамъ частямъ пѣмъ пѣятымъ.
- XI. §. 30. Рапныя числа суть, одинакая часть тогожъ числа; на пр.полопинная, третья, и проч. Рапныя числа суть одинакая часть рапныхъ чиселъ.
- XII. §. 31. Всякихъ количествъ одинакъя нѣсколькя части рапны между собою; или, коихъ количествъ произведе-

изпеденгя рапны , тѣ рапны между собою.

XIII. §. 32. Число , которое есть мѣрою другаго числа , измѣряетъ и всѣ друггя , коихъ мѣрою есть то другое число.



ГЛАВА ВТОРАЯ.

О

ИСЧИСЛЕНИИ, СЛОЖЕНИИ, ВЫЧИТАНИИ, УМНОЖЕНИИ И ДѢЛЕНИИ ЧИСЕЛЪ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XIX.

§. 33.

Исчисленіе (Numeratio) есть способъ изображать числа приспосойными знаками, и выговаривать оныя извѣстными именами.

ПОЛОЖЕНИЕ I.

§. 34. Въмѣсто знаковъ чиселъ , принимаются общіе десять 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, изъ которыхъ первые девять , щипшая отъ одного до девяти , означаютъ первыя суммы единицъ , а послѣдней знакъ , которой нулемъ (Cifra, vel zerus) называется , хотя одинъ онъ и не означаетъ никакой суммы ; однако , будучи приданъ къ другимъ знакамъ отъ правой руки , увели-

живаетъ знаменованіе и силу оныхъ , какъ
е томъ послѣ сего изъяснено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Знаки , для означенія чиселъ , прежде
сего многіе народы снимали съ азбучныхъ литеръ.
Однако Римляне означали первыя единицы четырь-
мя прямыми линіями , I , II , III , IV , будто бы
сполькими пальцами ; пять же единицъ на подо-
бѣе ру и V , а десять на подобіе удвоенной руки X
изображали . Прочіе знаки , кои въ употребленіи
были у Римлянъ , C , L , clx , lx , изъ изображенія
начальныхъ литеръ сотни и тысячи составлялись .
Между тѣмъ , понеже употребленіе такихъ знаковъ
весьма не способно было : то они , для сложенія и
вычитанія большихъ суммъ , употребляли шонную
доску съ гвоздиками , которую между другими опи-
сываетъ М. Вельсеръ въ комментъ Август. сочин.
стр. 221 . О началѣ жъ общихъ знаковъ ученые
люди имѣютъ не одинакое мнѣніе . Нѣкоторые почи-
таютъ изобрѣшеніями оныхъ Индѣйцовъ , или Ара-
повъ . Максимъ Планудій Грекъ , XIII вѣка писатель ,
(коего находится въ свѣтѣ книга *εἰσαγωγή εἰς τὴν
κατ' ἰνδούς μετὰλην ψήφιν* , упоминаетъ въ ней , что
оное начало общихъ знаковъ находится въ Оксфуртѣ
между книгами MS. отъ Кромвелла въ библиотекѣ Бодл-
еянскую подаренныхъ числомъ 297) въ толкованіи
Арифметики употребляетъ общіе знаки , и не сомнѣ-
вается изобрѣшеніе оныхъ приписывать Индѣйцамъ . Но
понеже отъ Араповъ тѣже знаки взяли и Европейцы
около одиннадцатаго , какъ можно вѣрить , вѣка : то
потому и называются Арапскими . Валлизій том. II.
сочин. стр. 16 , думаетъ , что Гербертъ Флорен-
тинецъ , которой на послѣдокъ былъ подъ именемъ
Сильвестра , II. Папы Рим. отъ сотвор. міра 999.
года , перевезъ оные знаки отъ Сарацыновъ къ Евро-
пейцамъ . Сами Арапы объявляютъ , что сіи знаки
про-

произошли отъ круа, на четыре четверти раздѣ-
леннаго. См. КИРХЕР. *Арифмолог.* стран. 42.
БАЙЕРЪ, Сл. Петербургской Академикъ, въ практ.
о запискѣ Китайскомъ, стран. 30. думаетъ,
что оныя знаки отъ Китайцовъ къ Индѣйцамъ,
а отъ сихъ къ прочимъ народамъ перешли; иные
сравнивають изображенія оныхъ съ первыми Греческими
лиферами, въ такомъ порядкѣ поставленными
α. β. γ. δ. ε. σ. ζ. η. θ. ο. Понеже сѣ лиферы
сходствуютъ съ тѣми знаками, и потому изобрѣ-
женіе числительныхъ знаковъ приписываютъ Грекамъ,
и утверждаютъ, что сѣ оттуда, съ самою нау-
кою исчисления, перешли къ восточнымъ наро-
дамъ. См. Гуец. доказ. Евангел. предл. IV. гл.
13. стран. 252. припомъ егожъ соч. гл. 48. И сѣ
мнѣніе кажется вѣроятное, понеже подобные знаки
находятся и въ самыхъ древнихъ писателяхъ. Самъ
я нашелъ въ *Алгебраматикѣ* Павла Александрій-
скаго, которая въ IV. вѣку писана, нѣкоторые зна-
ки, какъ то, три, шесть и девять, а больше то-
го нашелъ въ рукописной книгѣ Рандовіановой; но
перемѣнилъ издатель книги Андр. Шапо. См примѣч.
его. Стран. 2. Десять же общихъ знаковъ весьма
подобныхъ употребляетъ, и за изобрѣженіе Пиаго-
рейцовъ почитаетъ; употребленіе оныхъ въ Арие-
метикѣ описываетъ Боеей въ Геом. какіе знаки
можно видѣть не токмо въ древней сего сочиненія
книгѣ MS, которая находится въ библиотекѣ Аль-
торфинской, но и въ первомъ изданіи соч. Боее.
которое вышло въ Венеціи 1492. год. въ листѣ.
Впрочемъ сѣ знаки употребляютъ по всему восто-
ку, у Персовъ, Могольцовъ, Татаръ и у Китай-
цовъ, такъ какъ я особливою диссертаціею, объ
общихъ знакахъ чиселъ, изданною 1727. год.
доказалъ. О употребленіи жъ сихъ знаковъ у Евро-
пейцовъ, пишу въ КОНРИНГ. d. diplom. Lindauensis.
стран. 318. и Мабиллонъ de re diplomatica, кн. II. гл.

28. ВАЛЛИЗ. и Лувфкинъ in Lowthorpi Erit. transact. Angl. кн. I. стран. 107, и слѣд. Впрочемъ, что принадлежишь для изясненія исторіи Ариеметической, и что о знатиѣшихъ ея писателяхъ, какъ древнихъ, такъ и новѣйшихъ объявить надлежишь, о всемъ томъ въ лекціяхъ пространѣе упомянуто будетъ.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 36. Въ исчисленіи большихъ чиселъ первымъ основаніемъ есть *десятокъ* (Decas), которой естѣли десять разъ повторенъ будетъ: то происходитъ *сто* (Centum), и изъ сотни, десять разъ взятой, дѣлается *тысяча* (Mille); потомъ десять тысячъ, сто тысячъ, тысяча тысячъ, или *милліоны* (Milliones) слѣдуютъ; также десятки, сотни, тысячи милліоновъ, и десятки, сотни и тысячи тысячъ милліоновъ считаются. Тысяча тысячъ милліоновъ, *билліоны* (Billiones); милліоны билліоновъ, *триллионы* (Trillions); милліоны триллионовъ, *квадриллионы* (Quadrillions), и такъ далѣе, называются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 37. Изъ чего явствуетъ, что въ исчисленіи всегда наблюдается десятерное содержаніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 38. Но самымъ дѣломъ видно, что такое исчисленіе по сложеннымъ десяткамъ есть положительное (къ принятію котораго, какъ видно, подали случай Випрув. десять пальцевъ обѣихъ рукъ). Ибо вольно было принять какую ни будь сумму, состоящую

ящую изъ не многихъ единицъ, за начало и первое основаніе. Тоже самое другіе изъяснили примѣрами. Ерг. Вейгелій изобрѣлъ Ариѳметическую пестраку, и по четыремъ считать научилъ, въ *Ариѳмологистикѣ*, стран. 362. и *Матем. Философ.* стран. 175. Лейбницій отъ *двухъ* начинается исчисленіе, о которой Ариѳметической *Диадикѣ* См. *Histoire de l'Acad. R. des Sc.* 1703. год. стран. 71. и *Memoires* того жъ года. стран. 105. Бувелъ Іезуита Французской, которой нѣсколько времени былъ въ Пекинѣ въ Китайскомъ Государствѣ, думалъ, что сей счетъ по двумъ служить для истолкованія загадки древняго Китайскаго Царя и Философа Фоги, въ которой цѣлыя линіи съ половинными различно перемѣшивающіяся. Но напоследокъ Байеръ въ *кабинетѣ Китайско*мъ кн. 2. стран. 96. и слѣд. объявилъ, что сходнѣе съ правдою сіе, что Китайцы, чрезъ цѣлыя и половинныя линіи различно соединенныя, хотѣли показати множество соединеній вещей не многихъ, и симъ опытомъ дошли они до изображенія простыхъ своихъ знаковъ. Объ обоихъ счетахъ пространно сказано въ Диссерт. о *превосходѣщей Декадической Ариѳметики*, чѣмъ она превосходитъ Текрактику и Диадику, припомъ упомянуто было и о додекадическомъ счетѣ.

ПОЛОЖЕНІЕ 3.

§. 39. Чтobъ правильно изображать всякое множество вещей десятиными оными знаками: то надлежитъ начинать отъ единицъ, съ правой руки, а прочія суммы десятковъ, сотенъ, тысячъ, и которыя продолжаютъ, къ лѣвой рукѣ, означать знаками, по порядку другъ за другомъ слѣдующими. По какой причинѣ Ариѳметисты подражаютъ

жають обыкновенію писать восточныхъ народовъ, кои ошь правой руки къ лѣвой пишутъ липеры. Что все изъ приложеннаго примѣра яснѣе разумѣть можно.

Единицы. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Десятки. 10. 20. 30. и проч.

Сотни. 100. 200.

Тысячи. 1000. 2000.

Д. тысячъ. 10, 000. 20, 000.

С. тысячъ. 100, 000. 200, 000.

Милліоны. 1000, 000. 2000, 000.

Д. милліоновъ. 10, 000, 000.

С. милліоновъ. 100, 000, 000.

Т. милліоновъ. 1000, 000, 000.

Д. т. милліоновъ. 10, 000, 000, 000.

С. т. милліоновъ. 100, 000, 000, 000.

Билліон. 1000, 000, 000, 000.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 40. Наблюдая сѣ правило, всякой знакъ единицы получаетъ знаменованіе десятка, сотни, тысячи и всякаго другаго числа, смотря по мѣсту, больше, или меньше, къ лѣвой рукѣ отдаленному,

ЗАДАЧА I.

§. 41. Написать цѣлое число.

РѢШЕНІЕ.

1. Начиная ошь единицъ, и надъ оными надписывай, къ лѣвой рукѣ, сотни, тысячи, десятки тысячъ, милліоны, и на послѣдокъ всѣ шѣ суммы, кои даны написать.
2. Гдѣ жѣ одного, или больше классовъ въ срединѣ находящихся, не означено будетъ положишельнымъ числомъ, тамъ надлежитъ

жишѣ написать одинѣ нуль, или больше. Сїи правила явснвуютѣ, безѣ дальняго доказательства, изѣ полож. 3. (§. 39.). На пр. требуется написать слѣдующую сумму: шесть сотѣ пятьдесятѣ четыре тысячи, сто восемьдесятѣ девять: то оную будуще изображать слѣдующіе знаки: 654, 189.

ЗАДАЧА II.

§. 42. Выговорить всякое число своими именами.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данную сумму, чрезѣ запятая, на классы, начавѣ отѣ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по три знака.
2. Надѣ слѣдующимѣ, послѣ двухѣ классовѣ, числомѣ поставѣ также запятую; послѣ четырехѣ, двѣ; а послѣ шести, три. Нижнія запятая будуще означать тысячи, а изѣ верхнихѣ одна, милліоны; двѣ, билліоны; три, триллионы; а четыре, квадриллионы.
3. Помѣмѣ назови соотвѣтствующія числа именами выше (§. 39.) упомянутыми, и такимѣ образомѣ выговорена будещѣ данная сумма. На пр. число

^{III} ^{II} ^I
 18, 446, 744, 073, 709, 551, 611.

выговаривается такимѣ образомѣ: восемнадцать триллионовѣ, четыре ста сорокъ шесть тысячѣ, семь сотѣ сорокъ четыре билліона, семьдесятѣ три тысячи, семь сотѣ девять билліоновѣ, пять сотѣ пятьдесятѣ одна тысяча, шесть сотѣ одиннадцать.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 43. Если число восемнадцати приращено, и проч. которое теперь предложено, взято будетъ о зернахъ жита: то оно означаетъ такое ихъ множество, что Сатурнъ думаетъ, будто бы самъ жито¹мъ 2 562, 047 до самаго верха¹ можетъ наполненъ быть ковчегъ Ноевъ. *In math. insep.* Т. 1. стран. 13. См. примѣмъ Валлиз. соч. Т. 1. стран. 151. Тео. Гиде. Тр. *de ludis orientalibus prolegom.* Особливо жъ находить число зернышковъ пшеничныхъ, которое бы всему земному шару, или шару неподвижныхъ звѣздъ, по положенію взятому, равнялось, давно уже показалъ Архимедъ *in arsenario*. Стран. 120. соч. См. примѣмъ Таквет. Араб. кн. V. гл. 4. теор. 21. Клавіев. *Comment. in Boetii sph.* Стран. 217.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

Числа однородныя (*numeri homogenei*) суть, которыя означаютъ подобныя части того жъ цѣлаго; разнородныя (*heterogenei*), которыя означаютъ части цѣлыхъ, въ различномъ содержаніи раздѣленныхъ. На пр. дни раздѣляются на 24 часа, часы на 60 минутъ; слѣдовательно числа дней и часовъ, суть между собою разнородныя; числа жъ часовъ однородныя; также числа минутъ суть равномѣрно между собою однородныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

Сложеніе (*additio*), есть двухъ, или, больше чиселъ въ одну сумму собраніе. Знакъ сложенія иногда употребляется крестъ $+$, которой значитъ *плюсъ* (*plus*). Количество, которое производится чрезъ такое собираніе, *суммою* (*summa, vel aggregatum*) называется.

ТЕО.

ТЕОРЕМА I.

§. 46. Числа слагаемая должны быть однородныя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда изъ слагаемыхъ чиселъ надлежитъ ссоставить такое цѣлое, которое содержишь въ себѣ сложенные числа, какъ наши §. 45. : то требуется, чтобъ оныя части были между собою подобныя, кои къ тому же цѣлому относятся. Ибо неподобныя, или разнородныя части относящейся къ разнымъ цѣлымъ, или различно раздѣленнымъ (§ 44. ; слѣдовательно числа, въ одну сумму слагаемая, должны быть однородныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 47. Когда жъ послѣ сего будетъ говорено о сложении разнородныхъ чиселъ : то объ ономъ должно имѣть такое понятіе, что въ тѣхъ количествахъ, которыя состояются изъ разнородныхъ классовъ, всегда складывались одинаковые сорты, и слѣдовательно однородныя числа.

ЗАДАЧА III.

§. 48. Сложить два числа, или больше.

РѢШЕНІЕ.

1. Напиши данныя однородныя числа такъ, чтобъ единицы подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и проч. находились, и подъ ними проводи линію.
2. Помощью съ праваго класса, такъ какъ съ нижняго начавъ, складывай числа всѣхъ классовъ, другъ надъ другомъ состояща, въ одну сумму, и ставь каждую сумму единицъ подъ линіею; а лишекъ сверхъ девяти, содержащейся въ умѣ, всегда при-

В

давай

давай къ ближайше слѣдующему , отъ лѣвой руки , классу , то есть , ежели одинъ десятокъ будетъ въ излишесствѣ отъ суммы единицъ : то къ ближайшей суммѣ приложи одну единицу ; если же два , или три , и больше десятковъ будетъ въ излишесствѣ : то приложи двѣ , при единицы , или больше , къ слѣдующему классу .

3. Когда случается одни нули , тогда въ-есто суммы пишется нуль .
4. А когда надлежитъ складывать разнородныя числа : то и тогда сложене такъ же начинается отъ самаго меньшаго сорта , и какъ произойдетъ сумма , состоящая ближайше болѣе сорти : то къ слѣдующему сорту придается одна единица ; если же въ суммѣ меньшаго сорта будетъ содержаться болѣе большихъ сортовъ : то и къ слѣдующему ближайше болѣе сорту придается болѣе единицъ , и сложене слѣдующихъ сортовъ равномерно продолжается до тѣхъ поръ , пока не получишь вѣлаго числа , коего всѣ единицы , по вышепоказанному правилу , складываются .

примѣръ 1.

65708
79203
<hr/>
сумма 144911

примѣръ 2.

цѣнт.	либр.	унц.
62.	85.	8
32.	74.	7
8.	9.	6

сумма 113. 69. 9

то есть , одна либра содержитъ въ себѣ 12 унцій , а одинъ центнеръ , или сотовой вѣсъ , 100 либръ .

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже всѣ суммы, сверхъ девяти единицъ, составляющія изъ десятокъ (§. 36.); и всякая сумма въ десятерномъ содержаніи возрастаетъ и умалывается (§. 37.), а знаки получающъ различное знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 39.) того ради слѣдуетъ, что съ каждымъ знакомъ всякаго числа можно поступать, такъ какъ съ единицами; и пошому можно поговѣ складывать единицы, и лишекъ сверхъ девяти, то есть, одинъ десятокъ, или больше, придавать къ слѣдующему классу. Но число, которое такимъ образомъ составляется, понеже содержитъ въ себѣ единицы десятки, сотни, и прочія суммы, кои находились въ слагаемыхъ количествахъ, будетъ сумма данныхъ чиселъ. Въ разнородныхъ же, естли числа подобныхъ классовъ, и слѣдовательно однородны (§. 47.) сложатся между собою, и содержаніе частей, принятое въ употребленіе и опредѣленное, наблюдаемо будетъ, явствуетъ, что изъ частей составляющія ближайшія цѣлыя (§. 29.), и суммы цѣлыхъ и частей производятся показаннымъ образомъ (§. 44. 46.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 49. Изъ онагожъ доказательства явствуетъ, что не всегда потребно бываетъ начинать сложеніе отъ правой руки. Понеже и отъ лѣвой руки всѣ десятки по порядку другъ за другомъ слѣдуютъ, и пошому оныя подъ единицами, изъ которыхъ состоятъ, подписаны быть могутъ; однако жъ, понеже послѣ того требуется новое сложеніе десятковъ, явствуетъ, что вышепоказанная практика сокращеніе, и пошому должно почитать оную передъ другою.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 50. *Вычитаніе* (Subtractio) есть дѣйствіе, чрезъ которое отнимается и отдѣляется меньшее число отъ большаго. Знакъ вычитанія иногда употребляется линіежка —, которая значитъ *минусъ* (minus). Число, которое остается послѣ вычитанія, *разность* (differentia), или, *остатокъ* (residuum) называется.

ТЕОРЕМА II.

§. 51. *Въ вычитаніи, числа большее и меньшее должны быть однородныя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже большее число, изъ котораго дѣлается вычитаніе, разсуждается такъ какъ цѣлое, коего часть отдѣляется чрезъ вычитаніе (§. 50.). Но цѣлое состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 44. ; следовательно въ вычитаніи, числа большее и меньшее должны быть однородныя.

ТЕОРЕМА III.

§. 52. *Остатокъ и меньшее число, будучи сложенные вмѣстѣ, составляютъ сумму равную большому числу, изъ котораго дѣлается вычитаніе.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшее число, отнимаемое отъ большаго, есть часть его, и остатокъ, которой остается, есть другая часть того же числа (§. 50.). Но цѣлое равно всѣмъ своимъ

своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29.); слѣдовательно остатокъ и меньшее число, и проч.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. Вычести меньшее число изъ большаго.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ обоихъ данныхъ числахъ: меньшее число подписывается подъ большимъ такъ, чтобъ взаимно другъ другу соотвѣществовали подобныя классы единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. и подъ ними проводится линія.
2. Начало дѣлается также отъ правой руки, такъ какъ отъ самаго нижняго класса, и всѣ единицы меньшаго числа вычитающіяся изъ верхнихъ, а остатокъ ставится подъ линіею.
3. Когда нижнее число содержитъ въ себѣ больше единицъ, нежели верхнее, и не можетъ вычтено быть: то въ такомъ случаѣ, отъ ближайшаго слѣдующаго знака большаго числа, изъ котораго дѣлается вычитаніе, надлежитъ отнять единицу, которая, понеже въ общихъ знакахъ означаетъ десятокъ, увеличивъ и другой знакъ также десятью единицами: что дѣлавъ, вычитается попомъ нижнее число изъ верхняго, десятью единицами увеличеннаго, и остатокъ ставится подъ линіею; отъ лѣвой же руки знакъ на послѣдокъ почищается за уменьшенной единицею, что означается чрезъ точку, поставленную подлѣ того знака.
4. Вычитаніемъ нуль не уменьшаетъ числа; но ежели случится вычитаніе изъ него поло-

жишельное число : то сперва надлежитъ увеличить оной цѣлымъ числомъ, занятымъ отъ предвѣдущихъ знаковъ ; естлижъ два нуля случашся стояшь еъ ряду другъ подлѣ друга : то, понеже первой нуль, то есть, что отъ лѣвой руки, долженъ увеличенъ быть десяткомъ, отъ предвѣдущихъ знаковъ взятымъ, дабы отъ него къ послѣднему знаку, то есть, что отъ правой руки, перенесена была могла единица, имѣющая знаменованіе десятка, можно удобно разумѣть, что тотъ нуль, который отъ лѣвой руки, напослѣдокъ должно починать за десятъ. Тоже правило служимъ и въ разсужденіи того, когда больше нулей еъ ряду другъ подлѣ друга стоятъ будешъ.

5. Въ разнородныхъ числахъ : меньшее число также пишется подъ бѣльшимъ такимъ образомъ, чтобъ подобные классы взаимно другъ другу соотвѣшествовали, и когда (то есть, естли ниже знакъ не можетъ вышешъ быть изъ верхняго) для увеличенія числа слѣдующаго класса, занимается единица отъ ближайше большаго класса : то само чрезъ себя явешуется, что сія единица означаетъ такое цѣлое, которое, по принятой въ употребленіе и извѣстной пропорціи, состоитъ изъ частей меньшаго класса ; и такъ, естли сія единица раздѣлилась на оныя части : то, придавъ оныя къ числу того сорша, которой складывается, можно будешъ

будетъ вычесть нижнее число, и остатокъ подписать подъ линіею.

примѣръ 1.

144911

79203

примѣръ 2.

денг. либр. унц.

113, 69. 9

32. 74. 7

остатокъ 65708 остатокъ 80. 95. 2

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Что однородныя подъ однородными подписывать, и подобныя изъ подобныхъ вычитать должно, тому учить вычитаніе (§. 51.). Но понеже всѣ числа въ обоихъ знакахъ имѣютъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40.); того ради слѣдуетъ, что со всякимъ числомъ можно поступать, такъ какъ съ единицами и десятками, и занявъ онъ предъидущаго знака единица служилъ вмѣсто десяти, и увеличивается слѣдующее число десятию единицами. Въ разнородныхъ же числахъ наблюдается пропорція, принятая въ употребленіе, и всегда чрезъ вычитаніе находится разность подобныхъ классовъ (§. 51.). И по той причинѣ, что въ однородныхъ числахъ всѣхъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ классовъ въ разнородныхъ же, всѣхъ сортовъ остатки находящаяся показанныхъ образомъ, никакого сомнѣнія не заключается въ томъ, что вычитаніе здѣлано исправно.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 54. Понеже сложеніе и вычитаніе суть между собою противоположныя дѣйствія, такъ что тѣ части, которыя чрезъ сложеніе сложены были въ одну сумму, опять чрезъ вычитаніе могутъ отдѣлены быть отъ той суммы (§. 52.); того ради поѣрка обоихъ, еслии будетъ потребована,

остатнымъ образомъ здѣлана быть можетъ, то есть если по opinatiōi одной части отъ суммы, состоящей изъ двухъ частей, останется другая: то почитать, что сложене здѣлано исправно. И обратно, ежели меньшее число придано будетъ къ остатку, и произойдетъ изъ того большее число: то и вычитаніе почитается за исправно здѣланное (§. 52.). Ибо едва случившись можетъ, чинобъ дѣлавъ противное дѣйствіе, въ разсужденіи того жъ числа, здѣлалась такая погрѣшность, которая бы упала на учиненную въ первомъ дѣйствіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 55. Другая повѣрка сложенія и вычитанія дѣлается чрезъ отбрасываніе девятокъ изъ подобныхъ суммъ, то есть, изъ цѣлаго и частей. Ибо, ежели въ обоихъ случаяхъ останется тотже остатокъ, доказывается чрезъ то исправное рѣшеніе сложенія и вычитанія. Причина тому есть слѣдующая: понеже сумма всѣхъ чиселъ пишется такъ, что сложенные знаки означаютъ сумму, равную лишку данныхъ единицъ, сверхъ одной девятки, или больше. На пр. когда написано будетъ 12 : то $1 + 2 = 3$ дѣлаютъ лишекъ сверхъ девяти; или, когда написано будетъ 33 : то также $3 + 2 = 5$ изображаютъ лишекъ сей суммы сверхъ трехъ девятокъ, которыхъ она въ себѣ содержитъ. И потому остатки частей и суммъ симъ равныхъ, сверхъ одной девятки, или больше, всегда должны быть равны между собою. См. Дешале Артем. кн. 1. предл. 5. Но тотъ способъ повѣрки безопаснѣе, о которомъ упомянуто было въ предъидущемъ параграфѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 56. Умноженіе (multiplicatio) есть множеніе одного того жъ количества самого съ собою сложене. Или, умноженіе есть способъ находить такое число, которое бы содержало въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единицъ содержишься въ множителѣ. Знакъ умноженія иногда употребляется

ляется пѣчка, поставленная между множи-
мыми количествами. На пр $6 \cdot 3 = 18$; иные
изображающъ умноженіе такимъ образомъ:
 $6 \times 3 = 18$. Числа, которыя умножаются ме-
жду собою, называются *множителями*
(factores). Эвклидъ называетъ оныя *бока ми*
(latera); а то число, которое происходитъ
изъ умноженія двухъ чиселъ между собою,
называется *произведеніе* (factum, vel produ-
ctum); Эвклидъ же называетъ оное *роднымъ*
числомъ (numerus planum). ✓

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 57. Слѣдовательно единица къ одному множителю
имѣетъ такое содержаніе, какое другой множитель къ
произведенію; а единица не умножаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 58. Одинакѣ множители производятъ одинакія произ-
веденія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 59. Произведенія всѣхъ единицъ происходятъ, ежели
всякая единица будетъ складываться сама съ собою не-
прерывно до девяти. И такимъ образомъ составляется
таблица, которая называется *таблицею Пифагоро-
вою* (abacus Pythagoricus). Числа сей таблицы надле-
житъ твердо содержать въ памяти, дабы, помощію
оныхъ, можно было напоследокъ скорѣе дѣлать умно-
женіе и дѣленіе большихъ количествъ. ✓

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 60. Понеже умноженіе есть нѣкоторое сложеніе; того ради въ ономъ множимое число и множитель должны быть однородны; какія требовались и въ сложеніи (§. 46.).

ЗАДАЧА V.

§. 61. Умножить однородныя числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Множитель подписывается подъ множимымъ числомъ, такъ чтобъ классы единицъ, десятокъ и проч. взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и попомъ подъ ними проводимся линіи, такъ какъ въ сложеніи и вычитаніи дѣлано.
2. Первой знакъ, что отъ правой руки, множителя умножается на всѣ знаки множимого числа, и когда произведеніе соотношъ изъ двухъ знаковъ: то пишется только, что отъ правой руки, знакъ, или единица; а знакъ, что отъ лѣвой руки, такъ какъ десятокъ, между шѣмъ содержащейся умъ, и относящей къ слѣдующему произведенію.
3. Равнымъ образомъ слѣдующей нижей впорой и всякой другой знакъ множителя умножается на всѣ верхніе знаки, и произведеніе изъ того подписывается подъ знакомъ умножающаго числа.
4. Если оба числа, или только одно будетъ имѣть на концѣ нѣсколько нулей: то умножаются одни только положительныя числа, и къ произведенію приписываются всѣ нули. Также спавишея нуль въ произведеніи, естли случится оной въ срединѣ множителя, и попомъ продолжается умноженіе прочими положитель-

ными

ными знаками. Когда жъ въ среднѣ мно-
жимаго числа случится нуль: то и то-
гда также ставится нуль въ произведеніи,
еслии другой положительной знакъ, со-
держащейся въ умѣ, не будетъ постав-
ленъ на его мѣсто.

5. Наконецъ, какъ всѣ знаки такимъ обра-
зомъ умножены будутъ взаимно между
собою, всѣ произведенія складываются въ
одну сумму, и производится изъ того
произведеніе данныхъ чиселъ.

примѣръ.

$$\begin{array}{r} 7850 \\ 63 \\ \hline 23550 \\ 4710 \end{array}$$

произведен. 494550

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ уже часто упоминаемо
было о томъ, что числительные знаки имѣ-
ютъ такое свойство, что каждой изъ нихъ
получаетъ знаменованіе, смотря по мѣсту
(§. 40.), и что великія количества, такъ
какъ изъ однихъ единицъ и изъ однихъ де-
сятковъ составленныя, разсуждаемы быть
могутъ, и чрезъ рѣшеніе предложенной за-
дачи, всѣ произведенія отдѣленныхъ еди-
ницъ, такъ какъ столько первыхъ основа-
ній искомага произведенія, получающіяся, и
располагаются надлежащимъ порядкомъ;
слѣдуетъ, что умноженіе справедливо дѣ-
лается по предписаннымъ правиламъ.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

✓ §. 62. О другихъ способахъ умноженія, безъ таблицы Паскаровой, и чрезъ палочки Іог. Печера и проч. въ лекціяхъ говорено будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 63. *Дѣленіе* (Divisio) есть повторенное вычитаніе изъ меньшаго числа изъ большаго. Или, дѣленіе есть способъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ, и сколько разъ оно изъ сего вычтено быть можетъ. Дѣленіе иногда означаетъ двумя способами, между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ поставленными. На пр. 8: 4, значить, что 8 дѣлится на 4. Изъ данныхъ чиселъ большее *дѣляемое* (Dividendus), меньшее жъ *дѣлитель* (Divisor); а то число, которое происходитъ, *частнымъ числомъ* (quotus, vel quotiens) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 64. Слѣдовательно дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится столько разъ, сколько единица въ частномъ числѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 65. Но какъ въ вычитаніи, такъ и въ дѣленіи, числа должны быть однородны (§. 51.).

ТЕОРЕМА IV.

§. 66. *Дѣлитель, умноженной на частное число, произведетъ число равное дѣлимому числу.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ умноженіе находимъ такое число, которое содержитъ въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единица содержится въ множителѣ (§. 56.). Но столько разъ дѣ-

дѣлишель содержиша въ дѣлимомъ числѣ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 64.); слѣдовательно дѣлишель, умноженный на частное число, производилъ число равное дѣлимому числу.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 67. Изъ чего явствуетъ, что умноженіе и дѣленіе суть два противныя дѣйствія, и число, которое чрезъ умноженіе складывалось нѣсколько разъ само съ собою, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается. На пр. $4 \cdot 3 = 12$, то есть, четыре, умноженные на три, дѣляющіе 12; но чрезъ дѣленіе $12 : 3 = 4$ опять тоже число четыре возвращается.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 68. Чего ради одно, которое ни будь дѣйствіе можетъ служить для повѣрки другаго.

ЗАДАЧА VI.

§. 69. Раздѣлить однородное число на подобное.

РѢШЕНИЕ.

1. Дѣлишель ставится подъ знаками дѣлимаго числа, что отъ лѣвой руки, однако такимъ образомъ, чтобъ верхнее число было больше нижняго, и подъ ними проводилъ линія; подлѣ жъ крайняго знака, что отъ правой руки, проводилъ линія, или дуга.
2. Потомъ находилъ, сколько разъ дѣлишель содержиша въ состоящемъ надъ нимъ числѣ дѣлимаго, и число, которое показываетъ то, пишется за дугою, такъ какъ частное; оно же послѣ того умножалъ на дѣлишеля, и произведеніе вычиталъ изъ дѣлимаго, а остатокъ замѣчалъ подъ линіею, и слѣдующее къ правой рукѣ число дѣлимаго ставилъ подлѣ тогожъ остатка.

3. Наконецъ дѣлитель, подѣ симъ остаткомъ, которой сперва увеличенъ былъ слѣдующимъ приписаннымъ числомъ, подвигается однимъ знакомъ подалѣе къ правой рукѣ, и такимъ же образомъ находясь частное число и произведеніе его выписывается изъ соотвѣствующей суммы. Подобное дѣйствіе продолжается до конца.
4. Если дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ не содержится: то вмѣсто частного числа за другою ставится нуль.
5. Еслилижъ при дѣлитель будуще находиться нули то оныя поспѣе на концѣ подѣ послѣдними знаками дѣлагаго числа подписываются, и дѣленіе продолжается положительными знаками; числа жъ, состоящія надъ нулями, отбрасываются отъ прочихъ лирией, и къ остатку, послѣ окончанія дѣленія, прилагаются.
6. Что послѣ дѣленія остается, то пишется особливо, и считается за часть дѣлителя.
7. Дѣленіе дѣлается сокращеніемъ, ежели найденное частное число въ умѣ умножено будетъ на дѣлителя, и произведеніе вычитается изъ соотвѣствующихъ знаковъ дѣлагаго числа. Но въ такомъ случаѣ, для краткости, надлежитъ умножать частное число на дѣлителя отъ лѣвой руки къ правой.

примѣръ.

$$\begin{array}{r}
 494550 \\
 785 \\
 \hline
 6 \\
 4710 \\
 \hline
 2355 \\
 785 \\
 \hline
 3 \\
 2355 \\
 \hline
 0000
 \end{array}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

И въ рѣшеніи сей задачи десятерное содержаніе, въ силу котораго умаляющія числа, и знаменованіе, которое имѣющіе тѣ же числа, смотря по мѣсту, такъ что всѣ порознь, какъ одніѣ единицы, или десятки, употребляемы и сравниваемы бытъ могутъ, дѣлаетъ великое сокращеніе. И по тому тысячное число (7000) можно поставитъ подѣ сошеннымъ числомъ тысячъ (490,000), и находить, сколько разъ первое число онаго тысячнаго числа содержится въ первыхъ двухъ знакахъ сего сошеннаго числа тысячъ; ибо найденное частное число (6) не будетъ уже единица, но десятокъ; потому что во время продолженія рѣшенія придается къ нему отъ правой руки другой знакъ. Но, произведеніе, произшедшее изъ умноженія сего частнаго числа на дѣлителя, вычепши изъ дѣлимаго, явствуетъ, что остатокъ принадлежитъ къ рѣшенію слѣдующей суммы, и должно продолжать дѣленіе подобнымъ

нымъ образомъ. По окончаніи котораго, понеже найденное число показывается, сколько разъ дѣлой дѣлитель можетъ вычтенъ быть изъ всѣхъ классовъ дѣляимаго числа, можно будетъ и о томъ заключить, правильно ли здѣлано дѣленіе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 70. О рѣшеніи дѣленія, помощью палочекъ Неперовыхъ, и о другихъ способахъ говорено будетъ въ лекціяхъ

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 71. Повѣрка умноженія дѣлается, раздѣливъ произведеніе на одного котораго ни будь множителя; ибо, ежели произойдетъ изъ того другой множитель, означаетъ тѣмъ правильное рѣшеніе умноженія. И обратно, повѣрка дѣленія дѣлается, умноживъ частное число на дѣлителя, и къ тому прикладывая остатокъ, есть ли какой случится; по чему должно произойти опять дѣлямому числу, какъ уже о томъ выше сего изъяснено было (§. 67. 68.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 72. Можетъ учинена быть и другая повѣрка, ежели выкинуты будутъ девятки, сперва изъ множителей, а потомъ изъ произведенія ихъ, и примѣчено будетъ, произведеніе остатковъ изъ множителей, послѣ выкинутыхъ девятокъ, производитъ ли такой же лишекъ, сверхъ девяти, какой и произведеніе. На пр. 81. $7 = 595$, остатокъ, выкинувъ девять изъ одного множителя, есть 4; другой же множитель 7 есть уже самъ собою лишекъ сверхъ девяти; остатокъ изъ произведенія 595, послѣ выкинутыхъ двухъ девятокъ, есть 1, и изъ произведенія первыхъ лишекъ $7 \cdot 4 = 28$, послѣ выкинутыхъ трехъ девятокъ, остается также 1, и тѣмъ самымъ доказывается, что умноженіе здѣлано правильно. Также служивъ и для повѣрки дѣленія, гдѣ частное число и дѣлитель помножаются за множители дѣляимаго числа (§. 66.); однако жъ,

ко жѣ, еслии что останется послѣ дѣленія, то самое первы надлежитъ вычестъ изъ дѣлимаго числа и пошлѣмъ, въ разсужденіи остатка, дѣлать по-казанную повѣрку (§ 55.) См. Таквет. Практич. Арифм. кн. I. гл. XII примѣч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 73. Припеденіе разнородныхъ чиселъ (*reductio heterogeneorum numerorum*) есть дѣйствіе, чрезъ которое части цѣлаго, состоящаго изъ классовъ, или сортовъ различно раздѣленныхъ, приводятся въ одинакой низающей сортъ. Или обратно, когда изъ низающаго сорта выключаются вышшіе сорта, кои въ себѣ содержишь оной.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Какъ на пр. центнеры, подѣ которыми состоятъ меньшіе вѣсы либръ и унцій, чрезъ умноженіе раздробляются такъ, что изъ центнеровъ либры, изъ либръ унціи, равняющіяся данному числу центнеровъ, производятся. Или, когда въ противномъ содержаніи. множествъ унцій, которое содержишь въ себѣ либры и центнеры, чрезъ дѣленіе раздробляется такъ, что можно разумѣть, сколько либръ и центнеровъ содержится въ данной суммѣ унцій.

ЗАДАЧА VII.

§. 75. Здѣлать припеденіе разнородныхъ чиселъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Число большаго сорта умножь на части меньшаго сорта, какія оно въ себѣ содержишь, къ произведенію приложи слѣдующія числа къ тому жѣ сорту относящіяся: равнымъ образомъ, когда слѣдуетъ больше сортовъ, на число частей ближайше

Г

мень-

меньшаго сорта умножается предъидущее число большаго сорта.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Истинна сего дѣйствія явствуетъ изъ Аксіомы X (§. 29.). Ибо, естли цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ, должно взято быть сѣ число частей чрезъ умноженіе столько разъ, сколько сортовъ того рода содержишея въ какомъ числѣ. На пр. одна либра содержитъ въ себѣ 12 унцій, а двѣ либры содержиатъ 24 унціи, и такъ далѣе.

примѣръ.

	цент.	либр.	унц.
	65.	36.	8
	100		
	<hr/> 6500		
	36		
либр.	<hr/> 6536		
	12		
	<hr/> 13072		
	6536		
	<hr/> 78432		
	8		
унц.	<hr/> 78440		

2. Обратно изъ меньшаго, или изъ послѣдняго сорта, выключается больше, или вышше сорта, естли на число частей, кои относятся къ ближайше вышшему сорту, такъ какъ на знаменованіе того сорта, раздѣлишея величина ближайше нижняго сорта. На пр. ежели 6536 либръ
бу-

будутъ раздѣлены на 100 : то произойдутъ 65 цѣнт. съ излишествомъ 36 либръ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 76. Умножить разнородныя числа.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Приведи то число, которое состоитъ изъ разныхъ сортовъ, въ меньшей сортъ (§. 74.), и умножь на данное число (§. 61.).
2. Произведеніе меньшаго сорта приведи чрезъ дѣленіе въ большіе сорта (§. 75.), и будетъ здѣлано умноженіе разнородныхъ чиселъ.

примѣръ.

	цѣнт.	либр.	унц.
	12.	28.	7. умнож. на 15
	100		
либр.	1228		
	12		
	2456		
	1228		
	14736		
	7		

унц. 14743. 15 = 221145. унц.

раздѣливъ на 12, произойдутъ 18428 либры, съ 9 унціями, и сумму либръ раздѣля на 100, будутъ 184 цѣнт. 28 либр. и 9 унц. вмѣсто произведенія даннаго числа.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

1. Короче дѣлается сіе дѣйствіе, ежели, не дѣлая приведенія, числа всѣхъ сортовъ



будутъ умножены на данное число, и произведенія вѣхъ классовъ перовъ будутъ раздѣлены на принадлежащее число частей; а частныя числа прилежащя къ ближайше вышнему сорту,

2. Еслилижъ умножающее число будетъ очень велико: то разбей оное, или раздоби на множители, и потомъ умножай сими меньшими числами Или, раздоби оное на такія части, кои имѣютъ способное содержаніе, и изъ частныхъ произведеній, сложенныхъ въ одну сумму, произойдетъ цѣлое произведеніе.

примѣръ.

цент.	либр.	унц.	
12.	28.	7	умнож. на 15 = 5.3
		5	
61.	42.	11	
		3	
произвед. 184.	28.	9	
12.	28.	7	умнож. на 15 = 5 + 10
61.	42.	11	5
слож. 122.	85.	10	10 части.
произв. 184.	28.	9	

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшеніе явствуетъ изъ приведенія разнородныхъ, и умноженія однородныхъ чиселъ; а второе рѣшеніе также явствуетъ изъ опредѣленія умноженія. По-неже все равно, хощя данное число умножишь на

на цѣлое число 15, или сперва на пять, а потомъ сложишь оное само съ собою трижды. Ибо во всѣхъ случаяхъ увеличивается равное число частей, когда множитель раздробляется на части, и складываются части произведенія. На пр. никакого нѣтъ сомнѣнїя, что изъ чиселъ 5 и 10, взятыхъ вмѣсто 15, производится цѣлое произведеніе; понеже цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29.).

ЗАДАЧА IX.

§. 77. Раздѣлить разнородныя числа.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Равнымъ образомъ число, состоящее изъ разныхъ сорновъ, приводится въ меньшей сорнѣ (§. 74.), и произведшая изъ того сумма дѣлится на данной дѣлитель (§. 69.), частное число покажетъ число меньшаго сорна.
2. Сте частное число опять чрезъ дѣленіе приводится въ ближайше вышше сорны (§. 75.), и будетъ извѣстна искомая сколькоя часть всякаго сорна.

ПРИМѢРЪ.

цент.	либр.	унц.
184.	28.	9.

раздѣ. на (15)

Привед. въ меньше сорны Унц. 221145 :
 15 = 14743, сїи унціи 14743 приведши
 въ либры, чрезъ дѣленіе на 12, про-
 изойдутъ 1228 либр. съ 7 унціями; а по

Г 3

раздѣ-

раздѣленіи сего числа на 100, частное число будетъ 12 центн. 28 либр. 7 унц. тоже самое число, какое и сперва взято было.

рѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Не дѣлавъ приведенія, раздѣли все сорты на данное число, и ешлы какой сортъ не можеть раздѣленъ быть безъ остатка: то приведши остатокъ въ слѣдующей сортъ, приложи оной къ числу того сорта, и опять продолжай дѣленіе на того жъ дѣлишеля, такимъ образомъ произойдуть частныя числа всехъ классовъ. Но снѣ прѣвила, безъ дальняго доказательства, явствуютъ изъ вышеобъявленнаго.

примѣръ.

184. 28. 9.

раздѣл. на 15

Раздѣливъ 184 центн. на 15, частное число будетъ 12 центн. съ 4 оставшимися; или къ 400 либр. приложи 28 либр., и изъ суммы, на послѣдокъ раздѣленной на 15, произойдетъ частное число 28, съ восьми оставшимися либрами; или 8. $12 = 96$ унц. къ коимъ приложивъ послѣдніе девять унц. и сумму 105 раздѣля на 15, частное число будетъ 7. и пошѣму тоже, что и прежде, находяшся частное число 12. 28. 7.

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О

СОДЕРЖАНІИ И ПРОПОРЦІИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 78.

Содержаніе (Ratio) есть взаимное отноше-
ніе двухъ коликихъ одного роду, въ рассу-
жденіи количества. Первое изъ сихъ коли-
кихъ называется *предъидущимъ* (antecedens),
а другое *послѣдующимъ* (consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 79. Содержаніе есть, или *Ари-
метическое* (Arithmetica), когда рассуждается
о разности двухъ не равныхъ коликихъ.
На пр. $5 - 3 = 2$, или *Геометрическое*
(Geometrica), когда рассуждается о томъ,
какая часть будетъ меньшее количество
большаго. На пр. 6 къ 3 , отношеніе показы-
ваетъ, что меньшее количество въ боль-
шомъ содержится дважды, или есть по-
ловинная онаго часть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 80. Чего ради содержаніе Арифметическое, или *разность*
(Differentia), находится чрезъ вычитаніе (§. 50.), а
Геометрическое чрезъ дѣленіе (§. 63.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. И знакъ вычитанія, или *минусъ*, для означенія
Арифметическаго содержанія, а знакъ дѣленія, или
двоеточіе, для означенія Геометрическаго содержанія,
правильно употребляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 82. Кромѣ Арифметическаго и Геометриче-
скаго содержанія, упоминается также и такое Гар-



моническое (Harmonica), когда въ трехъ числахъ два крайнія имѣютъ такое жѣ Геометрическое содержаніе, какое находится между разностями перваго и средняго, средняго и послѣдняго. На пр. 6. 4. 3, гдѣ 6 : 3 содержится такъ какъ $6 - 4 = 2$ къ $4 - 3 = 1$. Называется Гармоническое содержаніе потому, понеже числа онаго до большей части имѣютъ такіе пропорціи, на которыхъ утверждается согласіе музыки. Пространствѣ о семъ упоминаетъ Клавій къ Евклид. кн. 5. стран. 392. и слѣд.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 83. Въ содержаніи Геометрическомъ то число, которое показываеиъ, какая часть естъ меньшее число большаго, называется *именемъ* содержанія (nomen rationis), *знаменателемъ* (denominator), также *указателемъ* содержанія (exponens rationis).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 84. Подобныя содержанія (ratio s. similes) суть, которыя имѣютъ одинакаго знаменателя (§. 8.). Содержанія неподобныя (rationes dissimiles) суть, которыя имѣютъ не одинакаго знаменателя. Предвидущіе жѣ и послѣдующіе члены подобныхъ содержаній, Греческимъ словомъ называются *количества одинаковыя* (quanta homologa). На пр. 2 : 4 и 3 : 6 суть подобныя содержанія, коихъ два предвидущіе члена 2 : 3 и два послѣдующіе 4 : 6 суть одинаковые. Ибо къ обоимъ равномѣрно относится пропорціональное число.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 85. Содержаніе *многочисленное* (ratio multiplex) естъ, когда меньшее количество нѣсколько разъ содержится въ большемъ, и особливо называется *двойное* (dupla), ежели дважды;

дважды; *тройное* (tripia), ежели трижды; *четверное* (quadrupla), ежели четырежды; меньшее число содержится въ большемъ, и проч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§ 86. *Содержаніе сложенное* (ratio composita per multiplicationem), или *умноженное* (multiplicata), есть, которое состоитъ изъ одного простого содержанія, въ сколько разъ взятаго, или умноженнаго; или которое производится изъ умноженія подобнѣхъ пропорціональныхъ чиселъ, и называется *удвоенное* (duplicata), когда предыдущіе и послѣдующіе члены двухъ подобнѣхъ содержаній умножаются между собою; *утроенное* (triplicata), когда умножаются три подобныя содержанія; *учетверенное* (quadruplicata), когда умножаются четыре подобныя пропорціональныя числа. На пр. пусть будутъ двѣ подобныя пары пропорціональныхъ чиселъ $2:4 = 2:4$: то произведенія 2.2 и 4.4 производятъ удвоенное содержаніе перваго $4:16$; еслии жъ будутъ три пары подобнѣхъ содержаній $2:4 = 2:4 = 2:4$, и произведеніе трехъ предыдущихъ членовъ $2.2.2 = 8$ сравнится съ произведеніемъ трехъ послѣдующихъ $4.4.4 = 64$: то произойдетъ утроенное содержаніе перваго $8:64$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 87. Происходитъ также сложенное содержаніе, ежели знаменатели подобнѣхъ содержаній будутъ умножены между собою, и дѣлается удвоенное, ежели два знаменателя; учетверенное, ежели четыре знаменателя взаимно умножаются между собою. Что рали Евклидъ опред. 10. кн. 5. принявъ три непрерывно пропорціональныя числа, 2.4.8, содержаніе перваго къ третьему $2:8$, назвавъ удвоеннымъ содержаніемъ перваго къ второму,

и принявъ четыре непрерывно пропорціональных числа 2. 4. 8. 16, содержаніе перваго къ четвертому 2:16, назвавъ упрощеннымъ содержаніемъ перваго къ второму 2:4.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 88. *Содержаніе большей нерапности* (ratio maioris inaequalitatis) есть, когда большое количество относится къ меньшому. На пр. 8:4 есть содержаніе двойное. *Содержаніе меньшей нерапности* (ratio minoris inaequalitatis) есть, когда меньшее количество относится къ большому, для означенія котораго ставится предъ именемъ содержанія предлогъ *подъ* (sub). На пр. 4:8 называется содержаніе *субдупля*, или *поддвойное*, или *половинное* (subdupla); 2:6 *субтрилля*, или *подтройное*, или *третьное* (subtripla); также 2:4 и 4:16 *субдулликата*, или *поддудвоенное* (subduplicata).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 89. *Содержаніе суперлартикулярное* (ratio superparticularis) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшее однажды, и сверхъ того одну его нѣсколькую часть, для означенія котораго употребляется слово *полтора* (sesqui), придавъ къ тому знаменованіе избыливающей частицы. На пр. 3:2 будетъ *содержаніе полуторное* (ratio sesquialtera); понеже лишекъ есть половинная часть меньшаго количества; 4:3 будетъ *содержаніе полутретное* (ratio sesquitertia); понеже лишекъ есть третья часть меньшаго количества. И обратно, содержаніе *меньшой неравности* означится, когда передъ онымъ поставится предлогъ *подъ* (sub). На пр. 2:3, будетъ *содержаніе подполуторное* (ratio subsesquialtera). Кромѣ жъ того, ко-
гда

гда данныя количества будутъ имѣть много-
численное содержаніе, тогда напередѣ оныхъ
ставится имя многочисленнаго содержанія. На
пр. $5:2$, будетъ содержаніе *двойное полу-*
торное (*dupla sesquialtera*); $7:3$ *двойное ло-*
лутретное (*dupla sesquitertia*); а чтобъ и со-
держаніе меньшей неравности означалось: то
напередѣ также ставится предлогъ *лодъ* (*sub*).
На пр. $3:7$ будетъ содержаніе *лоддвойное*
лодлолутретное (*subdupla subsesquitertia*).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 90. Содержаніе *сулерларціенсѣ* (*ratio superpartiens*) есть, когда большое количе-
ство содержитъ въ себѣ меньшее однажды,
и сверхъ того многія нѣсколькія его части,
кои всѣ вмѣстѣ взятыя, не составляютъ
одной нѣсколькой части; и такое содержа-
ніе въ особливости означаетъ принятымъ
за нарѣчіе именемъ превышающихъ частей,
и ординальнымъ меньшаго члена. На пр. $5:3$
будетъ содержаніе *сулерларціенсѣ двѣ*
трети (*superbipartiens tertias*); $8:5$, *сулер-*
ларціенсѣ три пятая доли (*supertripartiens*
quintas). Содержаніе *субсулерларціенсѣ* (*ratio*
subsuperpartiens) есть, когда меньшее коли-
чество относится къ большому. На пр. $3:5$
будетъ содержаніе *субсулерларціенсѣ двѣ*
трети (*ratio subsuperbipartiens tertias*). На
конечъ содержаніе *многочисленное сулер-*
ларціенсѣ (*ratio multiplex superpartiens*) есть,
когда большое количество содержитъ съ себѣ
меньшее нѣсколько разъ, и сверхъ того
многія нѣсколькія его части, кои, взяты
будучи вмѣстѣ, не составляютъ одной нѣ-
сколь-

сколькой части. На пр. $8:4$ будетъ содержи-
жаніе двойное суперлортиенсѣ дѣлѣ трети
 (ratio dupla superbipartiens tertias), и обратно
 $3:8$, будетъ содержаніе половинное *субсу-*
лортиенсѣ дѣлѣ трети (ratio subdupla
 subsuperbipartiens tertias).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 91. Сообщено было въ опредѣленіи, что превышаю-
 щія части, вмѣстѣ взятыя, не должны составлять
 одну нѣсколькую часть меньшаго числа. Ибо, еслили
 оныя будутъ содержать въ себѣ одну такую часть,
 въ такомъ случаѣ содержаніе дѣленіемъ ея приво-
 дится, и бываеиъ *суперлортикуллярное*. На пр. со-
 держаніе $9:6$ не есть *суперлортиенсѣ* три шестыхъ
 доли; но, понеже лишекъ 3 есть нѣсколькая часть
 меньшаго количества, можно раздѣлить оба числа,
 какъ большое такъ и меньшее на сей лишекъ, поне-
 же большое число содержишь въ себѣ меньшее и разность
 (§. 52.), и раздѣливъ, пройдемъ содержаніе $3:2$,
 которое равняется первому, какъ напоследокъ (§. 120)
 сказано будетъ; откуда происходишь содержаніе
суперлортикуллярисѣ полуторное. Изъ чего яв-
 ствуеиъ, что числа, имѣющія общаго дѣлителя, помо-
 щію сего, сперва надлежитъ приводить въ простѣйшія
 формулы, а по учиненіи того, и лагать ими пропорціи.

ПРИМЕЧАНИЕ.

§. 92. Но хотя содержаніе и можетъ озна-
 чаться числами; однако, понеже сѣи техническія
 слова, для яснѣйшаго означенія весьма приличныя,
 въ частомъ употребленіи находящаяся у художниковъ;
 шого ради и за лагоразсуждено изъяснить оныя на
 семъ мѣстѣ. Проспраніе изъясняеиъ раздѣленія
 пропорціи Клавій въ Коментаріи къ Евклид. кн. V. опред.
 4 стран. 354 и слѣд. см. припомъ Барров. лекц.
 Матем. стран. 231.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 93. *Прогрессія* (progressio) есть поря-
 дѣкъ многихъ подобныхъ содержаній. Есть,
 или *Арифметическая* (Arithmetica), въ ко-
 торой

порой всѣ числа имѣютъ одинакую разность. На пр. 3. 5. 7. 9. и проч. или Геометрическая (Geometrica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакаго знаменателя, или указателя. Такая Прогрессія и называется также пропорціею Геометрическою (proportio Geometrica), или Аналогіею (Analogia). На пр. 2. 4. 8. 16. и пр. Обѣ прогрессіи, какъ Арифметическая, такъ и Геометрическая, есть, или непрерывная (continua), или раздѣльная (discreta). Непрерывною называется, когда всѣ числа, въ порядкѣ другъ за другомъ слѣдующія, имѣютъ одинакую разность, или одинакаго знаменателя, какой примѣры ужѣ объявлены. Раздѣльною жѣ называется, когда однѣ только пары пропорціональных чиселъ имѣютъ подобную разность, или одинакаго знаменателя. На пр. будетъ прогрессія Арифметическая раздѣльная, 2. 5. 4. 7. Ибо между средними числами 5 и 4 есть неодинакая разность. Прогрессія жѣ Геометрическая раздѣльная есть $2 : 4 = 3 : 6$, въ которой также среднія числа имѣютъ не одинакое содержаніе.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 94. Въ прогрессіи Арифметической непрерывной всякое послѣдующее число происходитъ изъ сложенія разности съ предъидущимъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 95. Всякое число такой прогрессіи состоитъ изъ перваго, и разности столько разъ взятой, сколько ни есть всѣхъ ихъ въ порядкѣ, безъ единицы. На пр. въ прогрессіи 3. 5. 7. 9. третіе число состоитъ изъ двухъ разностей $2 + 2$, и изъ перваго 3; четвертое жѣ число содержитъ въ себѣ три разности и первое.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 96. Для означенія подобія содержанія чиселъ, продолжающихся въ Арифметической прогрессіи, между кажда-

дыми



дыми двумя ихъ парами, по причинѣ равенства разности, пишется знакъ равенства; а само содержаніе Арифметическое означается линѣчкою, такъ какъ знакомъ вычитанія, между числами поставленнымъ. На пр. 5 — 3 = 2 — 7.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 97. Въ прогрессіи Геометрической, или въ пропорціи непрерывной, всякое послѣдующее число происходитъ изъ умноженія предъидущаго на знаменатель содержанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 98. Чего ради второе число есть произведеніе изъ перваго на знаменатель содержанія; третіе число есть произведеніе изъ перваго на два знаменателя содержанія; четвертое число есть также произведеніе изъ перваго на три знаменателя содержанія, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 99. Понеже подобныя содержанія имѣютъ одинакой знаменатель (§. 84.); того ради между каждыми двумя парами подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ правильно ставится знакъ равенства, и пропорція четырехъ пропорціональныхъ чиселъ пишется такимъ образомъ: 2 : 4 = 3 : 6.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 100. Послѣ показанія опредѣленій, и первыхъ истинъ, кои явствуютъ изъ оныхъ, въ наукѣ о содержаніи, сверхъ прочаго памяни достойныхъ, слѣдуетъ изъяснить главнѣйшія обоихъ содержаній свойства, коихъ польза простирается по всей Математикѣ.

ТЕОРЕМА V.

§. 101. Въ Арифметической прогрессіи пролорціональныхъ чиселъ, которая состоитъ изъ четырехъ членовъ, сумма перваго и послѣдняго равняется суммѣ среднихъ, то есть, суммѣ втораго и третьяго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже четвертое число происходитъ изъ сложения разности съ третьимъ числомъ (§. 94.);

(§. 94.); того ради сумма первого и четвертаго содержитъ въ себѣ первое число, прешіе и разность, такъ какъ части. Но второе число содержитъ въ себѣ первое и разность (§. 94.), и пошому, приложивъ его къ прешіему, происходишь изъ того такая сумма, которая имѣетъ тѣже части, какія и сумма крайнихъ; слѣдовательно обѣ суммы, поколику состоятъ изъ равныхъ частей, равны между собою (§. 29.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 102. Чего ради служишь сѣ предложеніе и въ такомъ случаѣ, когда четыре оныя числа будутъ состоять или въ непрерывной, или въ раздѣльной прогрессіи. Ибо въ доказательствѣ разсуждали мы только о происхожденіи втораго и четвертаго числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 103. Ежели въ непрерывной прогрессіи дано будетъ равноразноствующихъ членовъ больше, нежели четыре, числомъ равныхъ: то, въ такомъ случаѣ, сумма крайнихъ равняется суммѣ среднихъ, отъ крайнихъ въ равномъ разстояніи находящихся. Ибо и въ разсужденіи сихъ чиселъ такое жѣ употребляется доказательство, и показывается то, что суммы такимъ образомъ произшедшія, составляются изъ одинакихъ частей. Пусть будутъ шесть членовъ 3. 5. 7. 9. 11. 13: то шестой членъ содержитъ въ себѣ пять разъ разность, и первой членъ (§. 94.), и придавъ къ шому первой членъ, сумма будетъ имѣть дважды первой членъ, и пять разностей. Также сложи второй членъ съ пятымъ. Понеже второй членъ содержишь въ себѣ однажды разность, и первой членъ; а пятой членъ четырежды разность и первой членъ (§. 95.); того ради сумма втораго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и разности, пять разъ къ нимъ приданной. Что самое равнымъ образомъ справедливо и въ разсужденіи суммы прешаго и четвертаго.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 104. Ежели даны будутъ при только равноразноствующія числа: то сумма перваго и претяго равняется среднему, вдвое взятому. Ибо тоже доказательство, которое выше сего предложено, и здѣсь употребить можно.

можно. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ одинажды разность и первой членъ (§. 95.), онъ же будучи взятой дважды, содержитъ въ себѣ дважды разность и дважды первой членъ. Но третьей членъ содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и если и наконецъ приданъ будетъ къ нему первой членъ по произведенію изъ того подобная сумма, содержащая въ себѣ дважды первой членъ и дважды разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 105. И вообще, когда число сколькихъ ни будь количествъ, Арифметически пропорціональныхъ, будетъ не-
равное, сумма крайнихъ и среднихъ членовъ равняется среднему, вдвое взятому. Пусть будутъ пять чиселъ: то сумма первого и пятого состоятъ изъ первого, дважды взятого, и изъ четырехъ разностей; но притѣ число, такъ какъ среднее, содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и потому оное число, взятое вдвое, содержитъ въ себѣ дважды первой членъ и четырежды разность.

ЗАДАЧА X.

§. 106. Къ даннымъ тремъ числамъ, Арифметически пропорціональнымъ, найти четвертое число.

РѢШЕНІЕ.

Сложи два послѣдніе, изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ искомое четвертое число. Правдивость сего явствуетъ изъ предъидущей теоремы (§. 101.).

ЗАДАЧА XI.

§. 107. Къ даннымъ двумъ крайнимъ числамъ, состоящимъ въ порядкѣ трехъ Арифметически пропорціональныхъ чиселъ, то есть, въ первому и послѣднему, найти среднее число.

РѢШЕНІЕ.

Возьми половину изъ суммы крайнихъ чиселъ, которая покажетъ искомое среднее число (§. 104.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА XII.

§. 108. Данъ первый членъ и разность; найти какое нибудь число прогрессии Арифметической.

РѢШЕНИЕ.

Умножь разность на данное число членовъ, безъ единицы, къ произведению придай первый членъ, сумма будетъ искомое число (§. 95.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 109. Сложить въ одну сумму числа, состоящая въ порядкѣ Арифметически прорядковъ чиселъ.

РѢШЕНИЕ.

Понеже суммы крайнихъ и среднихъ членовъ равны между собою (§. 103.), и такихъ суммъ во всякомъ порядкѣ можетъ сложено быть столько, сколько половинное число количествъ позволяетъ; того ради сумму первого и послѣдняго надлежитъ умножить на половину числа членовъ всей прогрессии, произведение покажетъ сумму всѣхъ членовъ.

ТЕОРЕМА VI.

§. 210. Въ прорядкѣ непрерывной, или раздѣльной, состоящей изъ четырехъ чиселъ, произведение крайнихъ членовъ, то есть, первого и втораго, равно произведению среднихъ, то есть, втораго и третьяго.

Д

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Справедливость сего предложенія явствуетъ изъ слѣдующаго: понеже подобные, или одинакіе множители производящъ одинакія произведенія (§. 58.). А въ умноженіи крайнихъ и среднихъ пропорціональныхъ чиселъ находящіяся одинакіе множители, понеже четвертой членъ происходитъ изъ умноженія знаменателя на третей членъ (§. 97.); того ради произведеніе изъ перваго и четвертаго произошло изъ множителей, перваго, третьяго члена и знаменателя, самыхъ на себя умноженныхъ. И понеже второй членъ происходитъ изъ умноженія перваго на знаменатель содержанія (§. 97.): то, еслии третей членъ умножится на второй, произведеніе изъ того будетъ имѣть множителей подобныхъ первымъ, то есть, первой членъ, знаменатель содержанія и третей членъ; слѣдовательно оба произведенія крайнихъ и среднихъ равны между собою. Но понеже въ семъ доказательствѣ отношеніе втораго къ третьему не принимается въ разсужденіе: то явствуетъ, что сѣ свойство есть общее какъ непрерывной, такъ и раздѣльной пропорціи. На пр. $2 : 4 = 8 : 16$; слѣдовательно $2 \cdot 16 = 4 \cdot 8 = 32$; или, въ раздѣльной пропорціи $2 : 4 = 3 : 6$, есть $2 \cdot 6 = 4 \cdot 3 = 12$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 111. Ежели будуще даны три только пропорціональныхъ числа: то среднее число относится къ обоимъ крайнимъ, и имѣетъ двоякое отношеніе, къ первому и третьему;

претъему; чего ради оно за дѣждь дѣнное пришло
быть можетъ, и тогда произведеніе крайнихъ равняется
произведенію средняго, самого на себя умножен-
наго, то есть, квадрату того числа (§. 151.). На пр.
2. 4. 8. или, $2:4 = 4:8$, и $2.8 = 4.4 = 16$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

- §. 112. Но еслии въ какихъ нибудь четьрехъ числахъ произ-
веденіе крайнихъ равняется произведенію среднихъ: то
тѣ числа суть Геометрически пропорціональнымъ, поне-
же о сихъ только доказано было онсе свѣдѣство. Чего
ради, еслии среднія числа перемѣшаются, и претей
членъ на мѣсто втораго, а второй на мѣсто претяго
поставится, понеже произведеніе ихъ тоже будетъ;
слѣдуетъ, что въ четьрехъ пропорціональныхъ числахъ,
также переложенное, или перемѣшенное содержа-
ніе (*alternata vel permutata ratio*) перваго къ претъему,
и втораго къ четвертому имѣетъ мѣсто. На пр. въ пропор-
ціи $2:4 = 6:12$, служить слѣдующее переложеніе сред-
нихъ, или перемѣшенное содержаніе $2:6 = 4:12$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

- §. 113. 1. Сверхъ того, ежели два пропорціональныхъ
числа какой пропорціи то, есть, предвидущей и послѣ-
дующей членъ сложатся въ одну сумму, и будутъ
относиться къ предвидущему, или послѣдующему,
тогда бываетъ пропорція, въ разсуденіи сложенія,
сложенная (*composita*, поколику въ которой произ-
веденіе крайнихъ и среднихъ остается не перемѣ-
шанное. На пр. $2:4 = 6:12$, будетъ сложенная про-
порція $2+4:2 = 6+12:6$, также $2:2+4 = 6:6+12$, и $2+4:4 = 6+12:12$, или, $6:4 = 18:12$,
въ которой $6.12 = 4.18 = 72$.
2. Также, ежели два предвидущіе и два послѣдующіе
члена будутъ сложены въ одну сумму, явствуетъ,
что и сїи суммы имѣютъ такоежъ содержаніе, какое
было между предвидущимъ и послѣдующимъ; поко-
лику произведеніе крайнихъ и среднихъ тоже выходитъ.
Равномѣрно, ежели и множайшихъ подобныхъ содержа-
ній предвидущіе и послѣдующіе члены сложатся въ одну
сумму, происходитъ изъ того такіа суммы, которыя со-
держатся между собою такъ, какъ всякой предвидущей
членъ къ своему послѣдующему. И обратно, еслии предъ-
идущей членъ будетъ вычтенъ изъ предвидущаго, и



последующей изъ последующаго, остатки ихъ имѣють первое содержаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 114. Наконецъ, еслии рядокъ непрерывно пропорціональныхъ чиселъ продолжится далѣе, разнымъ образомъ, какъ и въ предыдущей теоремѣ, показывать можно, что произведеніе крайнихъ равняется произведенію всякихъ среднихъ, или квадрату средняго, ежели чисто членовъ будетъ нечетное. Пусть будетъ дано пять членовъ 2. 4. 8. 16. 32. Пятый членъ произошелъ изъ чепырежды взятаго знаменателя на первой членъ (§. 98.); следовательно, умноживъ его опять на первой членъ, произведеніе будетъ имѣть множителей, чепыре знаменателя и два первые члена. Четвертой происходитъ изъ трижды взятаго знаменателя на первой членъ, а второй есть произведеніе изъ первого и знаменателя содержанія (§. 98.); чего ради произведеніе второго и чепве. шаго, такъ какъ средн. членовъ, имѣетъ также множителей, чепыре раза знаменатель, и дважды первой членъ, и сіе произведеніе равно первому (§. 53.); и третей членъ, произшедшей изъ дважды взятаго знаменателя на первой, еслии умножится самъ на себя, произведеніе будетъ имѣть множителей, чепыре знаменателя и два первые члена, и поному оно точно равняется первымъ произведеніемъ.

ЗАДАЧА XIV.

§. 115. Къ даннымъ тремъ первымъ пропорціональнымъ числамъ найти чепвертое число.

РѢШЕНІЕ.

Для послѣднихъ числа взаимно умножь между собою, произведеніе раздѣли на первой членъ, чепвертое число покажетъ искомое чепвертое число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже два послѣдніа числа, состоящія между первымъ и искомымъ чепвертымъ, суть

есть средня, коихъ произведение равняется произведению изъ перваго на четвертое (§. 110.), и понеже раздѣливъ, происходившъ такое частное число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производитъ дѣлимое (§. 66.); того ради слѣдуетъ, что оное частное число есть искомое четвертое пропорциональное число.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 116. Обратно, къ даннымъ тремъ послѣднимъ пропорциональнымъ числамъ находимъ первое, если два данныя первыя числа, которыя въ такомъ случаѣ почитаются за средня между прѣшымъ и искомымъ первымъ, будучъ умножены взаимно между собою, и произведение раздѣлится на прѣшое число.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 117. Сии два правила, помощію которыхъ изъ трехъ пропорциональных чиселъ находится четвертое, или первое число, для великой пользы, золотыми, также прозванными правилами называющся. И первое изъ оныхъ, когда изъ трехъ данныхъ первыхъ чиселъ находится четвертое, *данами* (*Dixeda*), а другое, когда изъ трехъ данныхъ послѣднихъ чиселъ находится первое, *противоположными*; или *обратными* (*Reciproca, vel inversa*) называется. О употребленіи которыхъ, при рѣшеніи разныхъ задачъ, ниже сего въ особенной главѣ извѣщено будетъ пространнѣе.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 118. Когда даны два крайнія числа, и требуется найти среднее число: то въ такомъ случаѣ произведение крайнихъ должно рѣшиться чрезъ дѣленіе такимъ образомъ, чтобъ произошло изъ того такое число, которое бы, будучи умножено само на себя, равнялось произведению крайнихъ. Но для сей практики надлежитъ знать извѣщеніе квадратнаго радикала, о чемъ ниже сего глав. V. (§. 154.) сказано будетъ.

ТЕОРЕМА VII.

§. 119. Произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ множимыя пропорціональныя числа $3:6$. Когда множитель 4 умножится на первое число 3: то будетъ единица къ множителю 4 содержаться такъ, какъ множимое число 3 къ произведенію 12; равнымъ образомъ, когда множитель 4 умножится на другое число 6: то единица къ множителю 4 будетъ содержаться такъ, какъ множимое число 6 къ произведенію 24 (§. 57.). Но содержаніе единицы къ одному помужъ множителю всегда себѣ подобно, или равно: слѣдовательно и прочія содержанія $3:12$ и $6:24$ будутъ подобны (§. 24.). И какъ извѣстно, что въ подобныхъ содержаніяхъ можно употребить перемѣненіе, или предложеніе членовъ (§. 112.): то будетъ $3:6 = 12:24$, или произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ТЕОРЕМА VIII.

§. 120. Частныя числа пропорціональныхъ чиселъ, на одно тоже число

сло раздѣленныхъ, имѣютъ одинакое содержаніе съ лерпыми данными числами.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ дѣлимые пропорціональныя числа 12:24 на одно тоже число 4: то въ обоихъ случаяхъ, единица къ дѣлителю содержишя такъ, какъ частное число къ дѣлимому (§. 64.), изъ чего происходятъ слѣдующія пропорціи:

$$1:4 = 3:12$$

$$1:4 = 6:24$$

и понеже единица къ одному тому же дѣлителю имѣетъ всегда одинакое содержаніе: то будетъ (§. 24.) $3:12 = 6:24$, или чрезъ членъ (§. 112.)

$$3:6 = 12:24. \text{ ч. н. д.}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 121. Не многія предложенія, о которыхъ теперь предложено, изъ наипользѣйшей главы о пропорціяхъ, въ первыхъ достойны примѣчанія, понеже на нихъ утверждаются и прочія сего рода истинны; больше жъ о томъ ниже сего, помѣщая всѣобщей Ариѣметики, въ Аналитической наукѣ, пристойнѣе и короче доказано будетъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О

ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 122.

Ломаное число (Numerus fractus) есть часть цѣлаго, или единицы, представляющей нѣкое цѣлое, состоящее изъ известнаго числа частей. На пр. ежели цѣлое имѣетъ пять частей, и изъ оныхъ взята будетъ одна часть, или больше: то число, означающее оную часть, называется *ломаннымъ*, также *дробью* (Fractio). Но правильнѣе бы называлось *частью*, или *долею* цѣлаго (pars integri).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 123. Дробь изображается двумя числами, сплѣкнутыми между собою линіею, изъ которыхъ верхнее опредѣляетъ самую часть цѣлаго, и называется *числителемъ* (numerator), а нижнее означаетъ всѣ части цѣлаго, и называется *знаменателемъ* (denominator). На пр. $\frac{2}{5}$ значить при части цѣлаго, которое имѣетъ пять частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 124. И такъ количество дроби состоитъ въ содержаніи числителя къ знаменателю, и чѣмъ больше единицъ знаменателя содержишь въ себѣ числитель, тѣмъ больше дробь бываетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 125. Для тойже причины, какъ увеличишь знаменателя чрезъ умноженіе, и подпишешь подъ него тогожъ числителя, дробь уменьшается. То есть, ежели умножишь

жишь знаменателя на 2: то дробь будетъ взята половинная; понеже знаменатель вдвое больше; содержитъ въ себѣ и числителя вдвое больше. Равнымъ образомъ, ежели знаменатель трижды, или чetyрежды, чрезъ умноженіе самъ съ собою будетъ сложенъ: то происходитъ изъ того шретья и четвъртая часть дроби. Или, половинная, шретья, и проч. часть дроби берется, умножая знаменателя на 2, на 3 и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 126. Но не перемѣняй знаменатели, когда части прикладываются къ числителю, дробь увеличивается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 127. Ежели случится то, что сумма единицъ въ числителѣ будетъ больше знаменателя: то такая дробь будетъ больше цѣлаго, какая обыкновенно называется *неправильною* (*impropra*).

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 128. Когда жъ числителя и знаменателя умножишь, или раздѣлишь на одно число, понеже содержаніе чиселъ не перемѣняется (§. 119. 120.): то и дробь не перемѣняется, но имѣетъ шоже точно количество.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 129. Чистая дробь (*fractio pura*), какая до сихъ мѣстъ описывана, есть, которая имѣетъ числителя и знаменателя; смѣшанная жъ (*mixta*) есть, при которой находится цѣлое. На пр. $2\frac{3}{4}$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 130. Приращеніе дробей (*reductio fractionum*) называется всякая такая практика, чрезъ которую видъ дроби перемѣняется, чѣмъ удобнѣе можно было разумѣть количество и знаменованіе оныхъ. На пр. ежели большія числа приведены будутъ въ меньшія, или знаменатель дроби сравнится съ другимъ извѣстившимъ, или изъ разныхъ знаменателей произведенъ будетъ одинъ общій.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 131. Самая большая общая мѣра дробей (*communis mensura maxima fractionis*) есть самой большой дѣлитель обоихъ чиселъ, помощію котораго, оныя числа приводятся въ самыя меньшія, равныя первымъ.

ЗАДАЧА XV.

§. 132. Найти самую большую общую мѣру двухъ чиселъ дробей.

РѢШЕНІЕ.

1. Большое число раздѣли на меньшее, и меньшее на остатокъ.
2. Ежели во второмъ дѣленіи что нибудь еще останется: то предвидущаго дѣлителя раздѣли на сей остатокъ, и такое дѣйствіе далѣе продолжай до тѣхъ поръ, пока не дойдешь до такого числа, которое раздѣляетъ меньшее послѣднее число безъ остатка, и послѣдней сей дѣлитель, которой не оставляетъ никакого остатка, будетъ самая большая мѣра двухъ чиселъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели послѣдней дѣлитель содержится безъ остатка въ остаточномъ дѣлимомъ числѣ: то онъ будетъ также мѣрою и предвидущихъ чиселъ, то есть, большого и меньшаго числа, которыя различаются между собою тѣмъ остаткомъ, потому что въ большомъ числѣ содержится меньшее съ остаткомъ (§. 32.). На пр. дана дробь $\frac{16}{72}$, въ которой 72 раздѣливъ на 16, останется 8; но меньшее число 16 раздѣливъ на 8, ничего не остается, и потому число 8, какъ на оное
оба

оба числа раздѣляюся безъ остатка, будетъ общая мѣра обоихъ чиселъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 133. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей числитель и знаменатель суть большія числа: то оныя, чрезъ дѣленіе самой большей общей мѣры, приводятся въ меньшія числа, равныя первымъ (§. 128.). Но въ меньшихъ числахъ, въ коихъ общія мѣры, хотя не самыя большія, токмо скоро находящіяся, справедливо оставляются тѣ обстоятельства, кои наблюдающіяся при сыскиваніи самой большей мѣры.

ЗАДАЧА XVI.

§. 134. Прицести неправильныя дроби цѣлыя, или цѣ смѣшанныя дроби.

РѢШЕНІЕ.

Понеже числитель неправильной дроби есть больше знаменателя §. 127.; того ради числитель ея дѣлится на знаменателя, частное число покажетъ, сколько разъ неправильная дробь содержитъ въ себѣ цѣлое (§. 63.). Еслии жъ что сверхъ того останется: то оное приписывается къ цѣлому, на подобіе дроби, и производится изъ того искомая смѣшенная дробь. На пр. $\frac{13}{4}$ содержитъ въ себѣ 3 и $\frac{1}{4}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 135. Обратно, данная смѣшенная дробь превращается въ чистую, когда цѣлыя, находящіяся при дроби, умножаются на знаменателя, къ произведенію прилагается числитель, и подъ суммою подписывается знаменатель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 136. И цѣлыя принимаютъ видъ чистой дроби, когда подъ оныя, проведши линію, подписывается единица. На пр. $\frac{3}{1}$ суть три цѣлыя.

ЗАДАЧА XVII.

§. 137. Двѣ дроби, или больше, имѣющія разныхъ знаменателей, прицести цѣ равныя, имѣющія одинакаго знаменателя.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. *Если дано будетъ привести дѣи дроби: то знаменатель каждой дроби умножася на числителя и знаменателя другой, такимъ образомъ произойдутъ равныя дроби §. 128., имѣющія одинакаго знаменателя; попереже пижѣи числа, то есть, знаменатели, будучи сами на себя умножены дважды, неосмѣнно должны произвести равныя произведенія (§. 58.).* На пр. $\frac{3}{7} \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \frac{2}{5}$.

Случай 2. *Если дано будетъ привести больше дроби: то.*

1. Умножающя всѣ знаменатели взаимно сами на себя, произведеніе изъ того будетъ общей дѣлитель.
2. Сей дѣлитель дѣлится на всѣ знаменатели дроби, и частныя числа умножающя на соотвѣствующіе числители, произведенія изъ того покажутъ числители, кои, будучи поспавлены надъ общимъ знаменателемъ, производятъ дроби равныя даннымъ, одинакаго знаменованія. На пр. дроби $\frac{3}{7} \frac{2}{5}$ будетъ общей знаменатель 105, коего $\frac{3}{7} = 15 \frac{2}{5} = 21$ и $\frac{2}{5} = 35$; чего ради $\frac{3}{7} = \frac{60}{105}$ и $\frac{2}{5} = \frac{63}{105}$ и $\frac{2}{5} = \frac{70}{105}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Основанія рѣшенія, въ разсужденіи перваго случая, выше сего уже показаны; во второмъ же случаѣ явствуетъ то, что, чрезъ дѣленіе общаго дѣлителя, находящагося такія частныя числа, коихъ произведенія на подобнаго числителя, къ общему знаменателю имѣютъ такое содержаніе, какое первые чис-

сли-

слишесли ииѣли къ своимѣ знаменателямѣ. Ибо иѣсколькую часть; чрезѣ дѣленіе каждаго знаменателя найденную, берушюу, рѣшѣ, сколько единицѣ находится въ числителяхѣ. На пр. понеже $\frac{1}{7} = \frac{1}{105}$, то будутѣ 1 вчетверо больше $\frac{1}{420}$. И пошому найденныя такимѣ образомѣ дроби равны первымѣ (§. 124.), и при томѣ имѣющѣ одинакое знаменованіе.

ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 138. Когда дроби имѣющѣ одинакихѣ знаменателей, тогда онѣ содержатся между собою, какѣ числители. На пр. $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ имѣющѣ содержаніе 2:4 половинное.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 139. Сложить ломаныя числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Если данныя ломаныя числа имѣющѣ одинакихѣ знаменателей: то одни только числители, поколику они означаютѣ части дѣлаго (§. 123.), складываются, и по дѣ суммою ихѣ подписывается общей знаменатель (§. 126.).

2. Если жѣ данныя ломаныя числа будутѣ имѣть разныхѣ знаменателей: то оныя сперва приводятся къ одинакому знаменателю (§. 137.), а пошомѣ складываются ихѣ числители. На пр. $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1 \frac{1}{3}$.

ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 140. Когда дѣлая съ дробью, или дроби съ дѣлыми складываются, тогда происходитѣ изѣ того смѣшенная дробь, о которой выше сего сказано (§. 129. 134.).

ЗАДАЧА XIX.

§. 141. Вычестъ между собою ломаныя числа.

РѢШЕНІЕ.

Также приводятся дроби къ одинакому знаменованію (§. 137.), ежели не имѣющѣ онаго; пошомѣ числитель меньшей дроби
вычи-

вычитается изъ числителя большей, и подъ остаткомъ подписывается общей дѣлитель. На пр. $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

- §. 142. Когда надлежитъ вычитатьъ дроби изъ цѣлыхъ чиселъ, тогда цѣлое число, или, ежели оно содержитъ въ себѣ многія единицы, одна токмо единица отъ онаго отнятая, приводится сперва къ такому знаменателю, какое имѣетъ дробь (§. 135.), и потомъ дѣлается вычитаніе. На пр. изъ 1 надлежитъ вычесть дробь $\frac{2}{3}$: то будетъ $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

ЗАДАЧА XX.

§. 143. Умножить ломаныя числа съ цѣлыми, и между собою.

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя цѣлыя числа умножаются на числителя дроби, (ибо она подлинно есть такая часть, которую надлежитъ складывать саму съ собою столько разъ, сколько единицъ находится въ множителѣ) (§. 123.), и подъ произведеніемъ подписывается знаменатель, безъ перемѣны. На пр. $\frac{2}{3}$ умноживъ на 5, будетъ произведеніе $\frac{10}{3}$.
1. Въ чистыхъже дробяхъ умножается числитель на числителя, и знаменатель на знаменателя, и оное произведеніе за числителя, а сіе за знаменателя произведенной дроби принимается. На пр. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 128.).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенія доказывается такимъ образомъ: умноживъ знаменателя, непремѣнная числителя, дробь уменьшается (§. 125.), или берется такая ея часть, какую означаетъ содержаніе единицы къ множителю. На пр. дроби $\frac{2}{3}$ нижнее число 3, будучи умно-

умножено на 4, производитъ $\frac{2}{12}$, или четвертую часть первой дроби. Но ежели и числитель дроби умножится на числителя: то будетъ взято столько частей, сколько единицъ содержитъ въ себѣ числитель множителя. На пр. $\frac{2}{12}$, будучи умножены на 2, производятъ вдвое больше $\frac{4}{12}$, и потому умноженіе здѣлано было правильно (§. 57.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 144. Понеже чрезъ умноженіе дроби, не таже самая дробь складывается сама съ собою нѣсколько разъ, но токмо берется такая ея часть, какую означаетъ умножающая дробь, по чему и неудивительно, что производится дробь меньше первой. Когда жъ дробь будетъ неправильная, содержащая въ себѣ цѣлое число однажды, или нѣсколько разъ, тогда и произведеніе бываетъ больше множимаго.

ЗАДАЧА ХХІ.

§. 145. Дѣлитъ дроби на дроби.

РѢШЕНІЕ.

Обороти дробь дѣлителя, и противоположенные верхнія и нижнія числа умножь между собою, произведеніе, на подобіе дроби написанное, будетъ представлять частное число. На пр. $\frac{2}{3}$ должно раздѣлить на $\frac{2}{6}$, оборотивъ дѣлителя $\frac{2}{3} \frac{6}{2}$, произведеніе $\frac{12}{6} = 2$ показываетъ, что дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ дважды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ дѣленіе находится содержаніе количеснвъ, сколько разъ меньшее содержится въ большемъ, (§. 63.), и такое содержаніе познается, когда числители дробей, имѣющимъ одинакаго знаменателя, безъ того знаменателя, сравниваются между собою (§. 138.); но ежели дробей, одну изъ нихъ
оборо-

оберотивъ, пропоставляя верхнія и нижнія числа умножая между собою: то производя изъ того числителя дроби, имѣющихъ одинакаго знаменателя, поелику находясь оныя, чрезъ умноженіе числителя одной дроби на знаменатель другой (§. 137. нум. 1.). И потому никакого сомнѣнія, что оберотивъ сперва дѣлителя, послѣ того произведенія пропоставляя чиселъ показывающъ содержаніе двухъ дроби (§. 80.), или частное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 146. Когда надлежитъ раздѣлить цѣлое число. Понеже цѣлыя, подписавъ подъ оныя единицу, принимаютъ видъ дроби (§. 136.), и ежели дробь дѣлительная оберотится: то знаменатель ея, которой на данное цѣлое число умноживъ, и подписавъ подъ него числителя, будетъ показывать частное число. На пр. 6 должно раздѣл. на $\frac{2}{3}$, то есть, $\frac{6}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$, то есть, половина въ шести цѣлыхъ числахъ содержится двенадцать разъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 147. Также удивляться не должно, что частное число въ семь дѣленій происходитъ больше дѣлителя; понеже спрашивается здѣсь содержаніе дроби между собою, и съ цѣлыми числами сравненныхъ (§. 80.). Ибо, когда ни содержится дробь въ другой дроби однажды, или нѣсколько разъ, частное число должно изображаться неправильною дробью, которая означаетъ одно цѣлое, или больше (§. 127.)

ЗАДАЧА XXII.

§. 148. Призести пелякую дробь къ соотвѣствующую другой, кой знаменатель данъ.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже и дроби равны между собою, коихъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ подобное содержаніе (§. 144.). А такъ числитель и знаменатель, и слѣдовательно обоихъ ихъ содержаніе извѣстно: то,

по, для даннаго знаменателя, найденея соотвѣствующей въ подобномъ содержаніи числитель, по тройному правилу (§. 115.). Ибо служитъ здѣсь слѣдующая пропорція: какъ знаменатель дроби къ своему числителю, такъ данной знаменатель содержится къ соотвѣствующему своему числителю. Чего ради данной знаменатель умножается на числителя дроби, а произведение изъ того дѣлится на знаменателя ея, частное число покажетъ числителя, которой надлежитъ поставити надъ знаменателемъ. На пр. пусть будетъ дробь $\frac{2}{3}$, требуется найти ей равную дробь, коей знаменатель уже данъ 24: то располагаются члены такимъ образомъ:

$$3:2=24:16$$

слѣдоват. $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149. Чего ради, помощію сего способа, всякая малая дробь, коей знаменатель изображаетъ цѣлое, необыкновенно раздѣленное, можетъ сравнена быть съ частью такого цѣлаго, коего раздѣленіе вообще принято другое. На пр. ежели данъ будетъ $\frac{4}{13}$ либр. которая раздѣляется на 12 унц. то по предвѣдущему правилу будетъ $12:4=48$, и $48:15=3\frac{3}{5}$, или $3+\frac{1}{5}$ дающъ знаменованіе дроби.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 150. Итъ нужды разсуждать спеціально о дробяхъ дробей потому что, умноживъ ломанья числа взаимно между собою, происходящъ изъ того простыя дроби, о которыхъ довольно изъяснено. На пр. ежели должно будетъ взять $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{1}{4}$: то произведеіе $\frac{2}{12}$, или $\frac{1}{6}$ показываеіъ искомую часть, то есть, $\frac{1}{6}$ есть третья часть половины.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О

ИЗВЛЕЧЕНИИ КВАДРАТНЫХЪ И
КУБИЧЕСКИХЪ РАДИКСОВЪ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XL.

§. 151.

Квадратное число (numerus quadratus) есть, которое происходитъ изъ умноженія всякаго числа самого на себя. **Радиксъ** (radix) квадратной есть самое то число, которое, будучи умножено само на себя, производитъ квадратъ. Квадраты, девяти единицъ изображаетъ слѣдующая таблица.

радиксы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
квадраты	1	4	9	16	25	36	49	64	81

ТЕОРЕМА IX.

§. 152. Квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радикасовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понемѣе квадраты происходятъ изъ умноженія чиселъ самихъ на себя; того ради, ежели два пропорціональныя числа 2 : 4 взяты будутъ вмѣсто радикасовъ, явствуетъ, что въ пропорціи, изъ такихъ пропорціональных чиселъ, дважды поставленныхъ, состоящей $2 : 4 = 2 : 4$, для произведенія квадратовъ,

ратовъ, умножаются между собою два предъидущія и два послѣдующія числа, и произшедшя изъ того два произведенія имѣютъ удвоенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 87.); слѣдовательно квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радикаловъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLІ.

§. 153. Извлеченіе къ квадратнаго радикала (extractio radicis quadratae) есть способъ находить квадратной радикалъ изъ даннаго квадратнаго числа.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 154. Извлечь къ квадратной радикалъ изъ даннаго числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки, и для каждого класса опредѣли по два знака.
2. Изъ послѣдняго класса, къ лѣвой рукѣ, выпиши квадратъ равной, или ближайше меньшей (§. 151.), остатокъ подпиши подъ лѣвымъ классомъ, а радикалъ поставь за линіею, вмѣсто частнаго числа.
3. Удвой найденной радикалъ, и удвоеннаго его, такъ какъ новаго дѣлителя, напиши подъ лѣвымъ знакомъ слѣдующаго класса, и ежели удвоенной радикалъ будетъ состоять изъ многихъ знаковъ: то проче его знаки, далѣе къ лѣвой рукѣ, ставь подъ числами, которыя надлежитъ рѣшить.
4. Пошомъ спрашивай, сколько разъ новой дѣлитель содержится въ рѣшнномъ коли-

числѣвъ , и часное число пославъ подлѣ
перваго , также перенеси его на порожнее
мѣсто того класса , которой подѣ руками ,
то есть , подѣ правой знакѣ.

5. Произведеніе сего дѣлителя на новое
часное число , вычши изъ рѣшимаго чи-
сла , и остатокъ , ежели какой будетъ ,
замѣть подѣ линіею.
6. Показанное дѣйствіе (нум. 3. 4. 5) пов-
торяй столько разъ , сколько классовъ рѣ-
шимаго числа сверхъ того осматриваешь , и
рѣшеніе , или извлеченіе , продолжай до
тѣхъ поръ , пока не будетъ кончено.
7. Ежели , по окончаніи сего дѣленія , что
нибудь останется отъ рѣшимаго числа :
то хотя и никогда не можно найти со-
вершеннаго радика ; однако могутъ еще
найлены быти десятичныя дроби , помо-
щью которыхъ , можно ближайше подой-
ти къ истинному количеству радика . То
есть , придающа къ осматриваемому числу ,
одинъ классъ , два класса , или больше ,
имѣющія по два нуля , и продолжается
первая практика извлеченія . Ибо , по при-
ложеніи одного класса нулей , находящаяся
остаточныя десятичныя части , помощію жѣ
другаго класса нулей , дѣлаются извѣст-
ными сотныя части , и такъ далѣе , ты-
сячныя и малѣйшія , ежели угодно , сыски-
ваются части .

при-

примѣръ случ. 1.

$$\begin{array}{r|l}
 40 & 96 \text{ (64)} \\
 \hline
 \text{квадратъ } 36 & \\
 \hline
 4 & 96 \\
 1 & 24 \\
 \hline
 & 4 \\
 + & 96 \\
 \hline
 0 & 00
 \end{array}$$

примѣръ случ. 2

$$\begin{array}{r|l}
 7 & 52 \text{ (27)} \\
 \hline
 4 & \\
 \hline
 3 & 52 \\
 3 & 47 \\
 \hline
 & 7 \\
 + & 29 \\
 \hline
 4 & 30 \text{ } 00 \\
 \hline
 & 5 \text{ } 45 \\
 \hline
 & 5 \\
 + & 27 \text{ } 25 \\
 \hline
 2 & 75
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 155. Радиксъ такого числа, которое не
 квадратное называется *глухимъ* (furda), или *ирра-*
циональнымъ (irrationalis), потому что не можно
 выговорить и изобразить его въ цѣлыхъ числахъ,
 или понеже содержаніе его къ единицѣ есть не
 выговариваемое, и такой радикаль единицѣ есть не-
 соизмѣримой. Между тѣмъ учить насъ Геометрія,
 какимъ образомъ ирраціональной радикаль можетъ
 изображенъ быть линіею. См. ниже (§. 196. Геом.)
 Доказательство жѣ на правила извлеченія квадрат-



наго и кубическаго радикаса, ниже въ Аналиникѣ показано будетъ. Между тѣмъ справедливость правилъ можетъ изъяснена быть повѣреніемъ примѣровъ. То есть, практика за правильно здѣланную починется тогда, ежели, по умноженіи частнаго числа, и по придачѣ къ нему остатка, какой, можетъ быть, находима, произойдетъ то количество, изъ котораго извлеченъ былъ радикасъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 156. *Кубическое число* (numerus cubicus) есть, которое происходитъ изъ умноженія квадрата на радикасъ, и *извлеченіе кубическаго радикаса* (extracto radicis cubicae) есть способъ находить попрежнему самой радикасъ изъ даннаго куба. Кубы девяти первыхъ единицъ суть слѣдующіе.

радик.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
кубы	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА X.

§. 157. *Кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радикасовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, взявъ два радикаса 2:4 вмѣсто пропорціональныхъ чиселъ, для произведенія куба должны умножены быть при радикаса, (§. 156.); того ради слѣдуетъ, что и въ такомъ случаѣ, при пропорціональные предъидущіе, и при послѣдующіе равныя члены $2:4 = 2 \cdot 4$
 $= 2:4$

— 2:4 производящъ кубы. Но произведенія трехъ предъидущихъ и трехъ послѣдующихъ членовъ имѣютъ упрощенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 86.); слѣдовательно кубы имѣютъ упрощенное содержаніе своихъ радикаловъ.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 158. Извлечь кубической радикалъ изъ даннаго числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная ошъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по три знака.
2. Изъ послѣдняго лѣваго класса вычти кубъ или равной, или ближайше меньшей, которой надлежитъ взять изъ вышепредложенной таблицы, остатокъ поставь въ подѣтъмъ же лѣвымъ классомъ, а радикалъ напиши за линіею. Но такая практика въ томъ же примѣрѣ не повторяется.
3. Помомъ частное число, или радикалъ, вътрое взятой, умножь на самой радикалъ.
4. Подъ правымъ знакомъ слѣдующаго класса поставь единицу, подъ среднимъ частное число, трижды взятое, а подъ третьимъ напиши произведеніе изъ частнаго числа самого на себя взятаго, и помомъ умноженнаго на три, или новой дѣлитель.
5. Сти внизу подписанныя числа, имѣя вмѣсто дѣлителей, спрашивай, сколько разъ



они могутъ вычтены быть изъ верхнихъ, однако надлежитъ здѣсь имѣть разсужденіе о слѣдующихъ произведеніяхъ, и о суммѣ, изъ оныхъ слагаемой, найденное частное число поставъ подлѣ перваго за линіею.

6. Новое частное число также напиши на лѣвомъ мѣстѣ, съ стороны произведенія изъ перваго частного числа самого на себя умноженнаго и взятаго трижды; надъ новымъ частнымъ числомъ поставъ квадрамъ его, съ стороны трижды взятаго перваго частного числа; наконецъ надъ квадрамомъ поставъ кубъ новаго частного числа, съ стороны единицы.
7. Противоположенные числа умножь взаимно между собою, и произведенія изъ того сложи, сумму вычти изъ знаковъ, находящихся надъ кубомъ, а остатокъ напиши подъ линіею.
8. Къ остатку снеси слѣдующей классъ, что опъ правой руки, и подобное дѣйствіе продолжай до шѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.
9. Ежели, послѣ рѣшенія всѣхъ классовъ, сверхъ того останется какой остатокъ: то оной хотя и показывается, что данное число есть не кубическое, и иного радикала изъ него извлечь не можно; однако, ежели за благоразсудителю, придай къ оному остатку одинъ, или больше классовъ,

совѣ, имѣющихъ по три нуля, и продол-
жая по прежнему извлеченіе, найди деся-
тичные дроби, которыя бы точнѣе опре-
дѣляли частное число. На пр.

157	464	(54
125		
32	464	
кубъ 64	1	
квадрашъ 16	15	прижд. взяш.
радикъ 4 7	5	произв.
30	0	
2	40	
	64	
32	464	
00	000	

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 159. И сей практики дѣлается повѣрка:
возьми кубъ радикса, и приложи къ тому оста-
токъ, ежели какой есть; ибо такимъ образомъ
находится то число, изъ котораго дѣлано было
извлеченіе.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

О

ПРАВИЛАХЪ ПРАКТИЧЕСКОЙ АРИΘМЕТИКИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 160.

Правила практической Ариѳметики (regulae Arithmeticae Practicae) суть, помощію которыхъ, принявъ науку о пропорціяхъ, рѣшаются раенныя задачи, которыя случаются, въ разсужденіи сравненія особенныхъ вещей, въ контрактахъ, и другихъ случаяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 161. Сихъ правилъ вообще считается четыре, первое правило пропорцій, второе товарищества, третіе смѣшенія, четвертое положенія. Но видно будетъ изъ слѣдующихъ, что три послѣднія правила зависятъ отъ перваго, и происходятъ изъ сложенія и повторенія онаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 162. *Тройное правило*, или *золотое* (regula trium, sine aurea), о которомъ выше уже (§. 117.) упомянуто, есть, чрезъ которое къ тремъ даннымъ пропорціональнымъ числамъ находится четвертое. Есть, или *прямое* (directa), когда къ тремъ даннымъ первымъ числамъ находится четвертое; или *препращенное и позпратительное* (inversa, vel reciproca), когда къ тремъ даннымъ послѣднимъ числамъ находится первое.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

- §. 163. Чего ради сѣ призидо употребляется только при сравненіи такихъ количествъ, которые имѣютъ Геометрическое содержаніе. На пр. когда въ куплѣ и въ продажѣ вещи сравниваются съ цѣною.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

- §. 164. Возвратительное жѣ призидо употребляется, когда сравниваемые вещи имѣютъ обратное содержаніе; и бываетъ тогда, ежели два содержанія сравниваются между собою такимъ образомъ, что какъ въ первомъ содержаніи послѣдующей членъ, въ разсужденіи предъидущаго, увеличивается, такъ во второмъ послѣдующей въ такойже пропорціи уменьшается, въ разсужденіи своего предъидущаго, или обратно. На пр. когда число работниковъ сравнивается со временемъ, которое они употребляютъ на какое дѣло, тогда будетъ обратное содержаніе; потому что малое число работниковъ не скоро, а большое число оныхъ скорѣе должны кончить свое дѣло. Ибо, ежели 6 человекъ работниковъ здѣлаютъ какое дѣло въ 3 дня, слѣдуетъ, что 12 человекъ работниковъ могутъ привести къ концу тоже дѣло въ 4 дни.

ЗАДАЧА XXV.

- §. 165. Изъяснить прѣпила и случаи тройнаго прѣмага прѣпила.

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ изъ трехъ первыхъ чиселъ находишь четвертое; того ради изъ трехъ данныхъ два послѣднія умножь между собою, и произведеніе раздѣли на первое, частное покажетъ искомое число (§. 115.).
2. Случаевъ же особливо есть три. Ибо сперва дающія три простые члены; потомъ вмѣшиваются члены, изъ многихъ простыхъ сложенные; наконецъ случающіяся ломаныя числа, или одни, или съ цѣлыми смѣшанныя. Всѣ сии случаи въ лекціяхъ пространнѣе изъясняются примѣрами.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 166. И такъ, когда въ тройномъ правилѣ всякая вещь приводится въ сравненіе пропорціональныхъ, когда говорится, какъ первый членъ содержится ко второму, такъ третій къ четвертому; или чрезъ членъ (§. 112.), какъ первой къ третьему, такъ второй къ четвертому, и сверхъ того извѣстно, что, ежели пропорціональныя числа раздѣлятся на одинакое число, происходятъ изъ того такія частныя числа, которыя имѣютъ также и содержаніе какое и раздѣленные числа (§. 120.); то слѣдуетъ, что сокращеніе можетъ здѣлано быть рѣшеніе тройнаго правила, ежели первой и второй, или первой и третьей члены, чрезъ общаго дѣлителя преведутся въ меньшія числа, оныхъ умноженіе и дѣленіе чтобъ скорѣе здѣлать. На пр. $60 : 40 = 24 : 16$, раздѣливъ первые члены на 20, происходитъ другая равная пропорція $3 : 2 = 24 : 16$, или раздѣливъ первой членъ и третей на 12, происходитъ такая пропорція $5 : 40 = 2 : 16$. Такое приведеніе сложныхъ чиселъ въ простыя, Арифметисцы счищаютъ между сокращеніями *италианской практики*, къ коимъ присвокупаютъ также умноженіе, и дѣленіе разнородныхъ чиселъ, которыя чрезъ множителей, или чрезъ части короче рѣшаются. О чемъ выше сего уже сказано (§. 76, 77.).

ЗАДАЧА XXVI.

§. 167. Изъяснить правила и случаи тройнаго поззратительнаго правила.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Умножь два первые члена, и произведеніе раздѣли на третей, частное число покажетъ искомой первой членъ (§. 116.)

Случаи жъ сходятвуютъ съ шѣми, о которыхъ въ предвѣдущей задачѣ упомянуто, только что въ самыхъ вещахъ употребляется возвращательное, или обратное содержаніе. На пр.

работ. дни работ.

40 ————— 24 — 60

будетъ $40, 24 = 960 : 60 = 16$ дней.

рѣ-

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Ежели послѣдней членъ будетъ поставленъ на мѣстѣ перваго: то примѣръ рѣшился по тройному прямому правилу. Понеже какое содержаніе имѣютъ многие работники къ не многимъ, такое будетъ имѣть и долгое время къ короткому. На пр.

$$60:40=24:16$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 168. Повѣрка обоюго тройнаго правила дѣлается обратно; то есть, найденное число вмѣсто даннаго, а данное вмѣсто искомаго принимается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 169. Тройное правило сложное (regula aurea composita) есть, по которому изъ пяти данныхъ членовъ находится шестой. Также есть, или прямое (directa), въ которомъ вездѣ находится прямая пропорція, или обратное (inversa), когда вмѣшиваются въ оное такія вещи, которыя имѣютъ обратное содержаніе.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 170. Изъяснить правила сложнаго прямого правила.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

Понеже въ такомъ примѣрѣ находится двоякая прямая пропорція; того ради и тройное правило употребляется дважды. То есть, въ первомъ принимаются одиѣ вещи, безъ обстоятельствъ; во второмъ между обстоятельствами на сретеніи мѣстѣ сдѣлается найденной по первому четвертой членъ, и частное число покажетъ искомой шестой. На пр. 9 человекъ работниковъ въ 3 дни здѣлаютъ валъ 6 кубическихъ



кубическихъ сажень; а 12 человекъ работниковъ въ 24 дни, сколько сажень валь здѣлать могутъ? Сперва говори:

9 — 6 — 12 — 8 сажень.

3 — 8 — 24 — 64 саж.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Короче жъ здѣлается показанное рѣшеніе, ежели вещь умножится на свое обстоятельство. и потомъ чрезъ одно тройное прямое правило найденъ будетъ четвертой членъ: то есть, ежели 9 человекъ работниковъ въ три дни здѣлаютъ валь 6 саж. то, умноживъ ихъ число, 27 человекъ работниковъ совершатъ оное дѣло въ одинъ день, а 12 человекъ работниковъ въ 24 дни окончатъ тоже дѣло, которое $12 \cdot 24 = 288$ подлежало имъ совершить въ одинъ день. По чему будетъ такая пропорція:

27 — 6 — 288 — 64.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 171. Изъяснить сложное поздравительное прѣсло.

РѢШЕНИЕ.

Прежде всего разсмотримъ, имѣющъ ли данныя вещи обратную пропорцію, и тогда, или чрезъ дважды употребленное тройное правило, одно прямое, а другое обратное, рѣши задачу, или, что все равно, умножь обратно вещи и обстоятельства, то есть, первую вещь на послѣднее обстоятельство, а послѣднюю вещь на первое обстоятельство, что здѣлавъ, по
одному

одному тройному прямому правилу найди неизвѣстной четвертой членъ. На пр. сказано уже выше сего (§. 164.), что обратное содержаніе дѣлается, когда число работниковъ сравнивается со временемъ; чего ради вопросъ, чрезъ предъидущую задачу рѣшенной, тотчасъ подася примѣръ сложнаго обратнаго правила, ежели члены расположены будутъ такимъ образомъ: когда 64 сажень земли для вала, 12 человекъ работниковъ наносятъ въ 24 дни: то спрашивается, во сколько времени, или во сколько дней, 9 человекъ работниковъ могутъ нанести 6 сажень?

$$64 — 12 — 24 — 6 — 9$$

первая прямая пропор.

саж. дни. саж.

$$64 — 24 — 6 — 2\frac{1}{4} \text{ дни.}$$

вторая обратная пропор.

раб. дни. раб.

$$12 — 2\frac{1}{4} — 9 — 3 \text{ дни.}$$

Понеже многіе работники скорѣе, а не многіе въ должайшее время кончатъ свою работу; того ради, изъ трехъ послѣднихъ членовъ, искомой первой членъ есть 3, которой показываетъ, что 9 человекъ работниковъ наносятъ шесть сажень земли для вала въ три дни.

Одно жъ простое прямое правило произойдетъ, ежели обратно взяты будутъ произведенія.

$$64 \cdot 9 = 576, \text{ и } 6 \cdot 12 = 72, \text{ такимъ образомъ будетъ } 576 : 24 = 72 : 3.$$

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§. 172. *Правило товарищества*, или складное (*regula societatis, vel confortii*) называется, помощію котораго, раздѣляется общей барышъ, или накладъ на многихъ, имѣющихъ въ томъ общество.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 173. Чего ради, понеже большой барышъ, или накладъ достается на того товарища, которой имѣетъ право на большую долю изъ всей суммы, слѣдуетъ, что зная сумму, отъ которой барышъ, или накладъ здѣлался, и количество барыша или наклада, помощію тройнаго правила, найдется, сколько изъ барыша, или накладу достанется на того, которой въ сумму положилъ известную часть.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 174. Изъяснить правила, принадлежащія къ правилу товарищества.

РѢШЕНІЕ.

1. *Случай первый.* Когда однѣ складки, безъ даннаго времени, сравниваются съ среднимъ барышомъ. Возьми сумму складокъ, и говори: какъ вся сумма ко всему барышу, такъ часть суммы, или одна складка содержится къ долѣ барыша, которая ему принадлежитъ; и сіе повтори столько разъ, сколько есть складокъ. На пр.

А. 24.

В. 36.

60 сумма; а 12 барышъ.

то говори: 1) $60 : 12 = 24 : 4$ А. барышъ.

2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{2}$ В. барышъ.

2. *Случай второй.* Когда при складкахъ находящяся разныя времена. Въ складки умножь на свои времена, и взявъ сумму произведеній, найди пропорціональную долю
для

для каждой с ляди . и и для произведенія изъ сложенныхъ денегъ и времени , и пошорый пропорцію столько разъ , сколько есть складокъ . Ибо явствуетъ что чрезъ умноженіе складокъ на время , всѣ приводятся къ одному времени . Понеже , кто въ одинъ разъ положилъ въ складку какую сумму на два года , томъ . ежели бы и вдвое того далъ , въ одинъ годъ получилъ бы барыша тоже ; поколику , что зѣбъ полагаемъ , одинакое приращеніе и убавленіе барыша случается , или по согласію шѣхъ , къ коимъ принадлежатъ , почитается за случившееся . На пр .

А . 24 . 3 год .

В 26 . 6 год барышъ 18 .

72

216

288 сумма

говори : 1) $288 : 18 = 72 : 4\frac{1}{2}$ барыш . А .
2) $288 : 18 = 216 : 13\frac{1}{2}$ барыш В .

ПРИБАВЛЕНІЕ .

§. 175. Ежели происходища части барыша , будучи сложенны въ одну сумму , составляющъ опять прежде данной барышъ : то доказывается чрезъ сѣ , что задача рѣшена правильно .

ПРИМѢЧАНІЕ .

§. 176. Правило положенія и смѣшенія однимъ или другимъ примѣромъ должно изъяснить въ лекціяхъ . Сверхъ того за благо разсуждается здѣсь упомянуть о томъ , что правило положенія , послѣ найденной анализики , никакого употребленія теперъ не имѣетъ болѣе ; въ правилѣ жъ смѣшенія иногда случаются такіа трудности , коихъ рѣшеніе и самымъ лучшимъ Ариѳметистамъ не мало труда причиняетъ . См . Таквеш . Ариѳм . предл . IV . 4 . 5 . Валлиз . соч . том . II . гл . 58 .

Ж

ГЛАВА

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

О

ЛОГАРИОМАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVII.

§. 177.

Логариѳмами (Logarithmi) называются равноразнствующія числа, которыя начинаются отъ нуля, увеличиваются единицею, и къ числамъ непрерывно пропорціональнымъ, начинающимъ я отъ единицы, присовокупляются. На пр.

Логариѳмы 0. 1. 2. 3. 4. 6. 6.
Пропорц. числа 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 178. Наименованіе логариѳма будтобы число содержаній *λόγος ἀριθμῶν*, весьма прилично, потому что чрезъ логариѳмы показывается разстояніе пропорціональныхъ чиселъ отъ единицы. Ибо 1 есть логариѳмъ перваго пропорціональнаго числа отъ единицы, 2 есть логариѳмъ втораго числа отъ единицы, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 179. Сумма жъ логариѳмовъ производитъ между логариѳмами такое число, между коперымъ и нулемъ сложенные два числа суть средія. Ибо же въ равноразнствующихъ, или въ непрерывныхъ Ариѳметическихъ пропорціональныхъ числахъ, сумма среднихъ равняется суммѣ крайнихъ (§. 103.).

ТЕОРЕМА XI.

§. 180. Сумма логариѳмовъ произведетъ логариѳмъ произведенія двухъ пропорціональныхъ чиселъ.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ умноженіи, какое содержа-
ніе къ множителю имѣетъ единица, такое
должно имѣть и множимое число къ произ-
веденію (§. 57.); того ради явствуетъ, что
въ такой пропорціи два множителя будутъ
два среднія числа между единицею и произ-
веденіемъ (§. 114.). Но прежде сказано,
что сложенные логарисмы показываютъ та-
кое число, между которыми и нулемъ сло-
женные два числа суть среднія (§. 179.);
слѣдовательно, когда нуль есть логарисмъ
единицы (§. 177.), такія среднія равнорас-
стояющія числа соответствуютъ двумъ
среднимъ пропорциональнымъ числамъ между
единицею и произведеніемъ; и понеже еди-
ница не умножается (§. 57.): то произведе-
ніе соответствуетъ суммѣ тѣхъ логарис-
мовъ, кои написаны надъ множителями.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 181. Обратно въ дѣленіи, когда вычтешь логарисмъ
дѣлителя изъ логарисма дѣлимаго: то останется ло-
гарисмъ частнаго числа; потому что дѣлитель, бу-
дучи умноженъ на частное число, производитъ дѣли-
мое (§. 66.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 182. И понеже квадратное число происходитъ изъ
умноженія радикала самого на себя (§. 151.), и множи-
тели его суть равные; того ради половинной логарисмъ
квадрата будетъ логарисмъ радикала. Или логарисмъ
радикала надлежитъ удвоить, для логарисма квадрата.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 183. Равнымъ образомъ, понеже кубъ имѣетъ трехъ
равныхъ множителей (§. 156.), третья часть его ло-
гарисма покажетъ логарисмъ радикала, и утроенный
логарисмъ радикала покажетъ логарисмъ кубическаго
числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 184. Наконецъ въ тройномъ прямомъ правилѣ, гдѣ два послѣдніе члена умножаются между собою, и произведеніе изъ того дѣлится на первой членъ, ежели можно употребить логарисмы: то должно сложить логарисмы двухъ послѣднихъ чиселъ, и изъ суммы ихъ вычесть логарисмъ перваго, остатокъ покажетъ логарисмъ четвертаго пропорціональнаго числа.

ПРИМѢЧАНІЕ.

✓ §. 185. Свойства логарисмовъ давно уже разсмотрѣлъ Мих. Стифелій. и извѣстилъ оныя въ Арифметикѣ кн. 1. гл. 4. кн. 3. гл. 5. См. Вольф. лексик. Мѣст. или Логар. Однакожъ, чтооъ сіе свойство полезно было, и способствовало для облегченія умноженія и дѣленія большихъ чиселъ, учинилъ то Іо. Неперъ, Баронъ Шотландской, коего описаніе удивительнаго канона логарисмъ въ проишло въ Еденбургѣ 1614 год. 4. (хотя Кеплеръ въ предвѣд. Таб. Рудольф. гл. 3. и утверждаетъ, что Юстъ Биргій за многіе годы до Непера ова изданія зналъ изобрѣтеніе и употребленіе логарисмовъ; но какъ былъ медлительной человекъ, оставилъ плодъ въ самомъ произращеніи). Потомъ по совѣту Неперу, Генр. Бриггій Прѣф. Оксфордской, сочинилъ логарисмы и согласнѣйшіе и двѣдцать тысячъ оныхъ издалъ въ логарисмической Арифметикѣ, кои наконецъ Адр. Улаакъ далѣе размножилъ, и сто тысячъ логарисмовъ издалъ въ Гудѣ 1628. год. въ листъ, подъ именемъ логарисмической Арифметики. Да и самъ Улаакъ, и послѣ его Страухій, и другіе издали въ таблицахъ сокращеннѣйшіе логарисмы, какъ простыхъ чиселъ, такъ синусовъ и тангенсовъ, какія при концѣ сей книги и предложены. Но чтооъ способъ, по которому логарисмы сыскиваны, извѣстенъ былъ кратко оъ ономъ описано будетъ, въ слѣдующей задачѣ.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXX.

§. 186. Найти логарифмъ десяти.

РѢШЕНИЕ.

1. Возьми пропорціональныя числа, имѣющія непрерывное десятерное содержаніе, съ надписанными логарифмами.

0. 1. 2. 3.

1. 10. 100. 1000. и проч.

2. Помощью увеличь верхнія и нижнія числа нѣсколькими нулями, дабы дроби, коихъ здѣсь миновать не можно, какъ малѣйшія частицы большихъ чиселъ, опущены быть могли.

0.00000000 1.00000000

1.00000000 10.00000000

3. Между пропорціональными, первымъ и послѣднимъ числомъ, то есть, между единицею и десятиями, найди среднее число, умноживъ сѣи числа сами на себя, и изъ произведенія ихъ извлекши квадратной радикасъ (§. 118. 154.); сверхъ того возьми сумму логарифмовъ 0.00000000 и 1.00000000, и половина ея покажетъ логарифмъ перваго средняго пропорціональнаго числа (§. 103. 177.).

4. Но понеже оное среднее число, чрезъ извлеченіе радикаса найденное 31622777, далеко еще отъ девяти, столькими, какъ и два крайнія числа, нулями увеличеннаго 9.00000000, отстоитъ, и тѣмъ самымъ гораздо меньше; того ради между онымъ и крайнимъ большимъ 10.00000000, опять такимъ же, какъ показано, образомъ должно находить среднее число, и

ему соотвѣствующей логариемъ, и такое дѣйствіе продолжать до тѣхъ поръ, пока не найдешь двадцать девять среднихъ чиселъ, и ихъ логариемовъ, и число девять, столькоми, сколько два крайнія числа имѣютъ, нулями увеличенное 9,0000000 не выйдетъ; и сего числа логариемъ 0,95424251 надлежитъ почитать за логариемъ девяти.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 187. О числахъ, которые, въ нѣкоторое время по принятому рѣшенію продолжительной сей задачи, мною найдены и пригедены въ окончаніе по примѣру другихъ авторовъ, о которыхъ Гамбергеръ, прежде сего бывшій въ Іенской академіи сл. Профессоръ Математики, и мой учитель, оказавшій мнѣ въ моихъ наукахъ великое одолженіе сообщалъ мнѣ благосклонно. объявилъ я въ диссертациі обь анализѣхъ плоск. треугол. стран. ІО. и ІІ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 188. Равнымъ образомъ находится логариемъ двухъ и семи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 189. Когдажъ будутъ даны логариемы чиселъ 1. 2. 7. 9. 10: то прочихъ единицъ, которыя состоятъ между тѣми числами, логариемы удобно изъ сихъ составляются. Понеже 9 есть квадратъ трехъ: то половина логариема того числа покажетъ логариемъ трехъ (§. 182.); $10:2=5$, и потому, вычешши логариемъ двухъ изъ логариема десяти, останется логариемъ пяти (§. 181.); логариемъ шести состоитъ изъ сложенья логариемовъ 3 и 2, понеже $3.2=6$ (§. 180.); на конецъ логариемъ восьми происходитъ изъ сложенья логариемовъ 2 и 4, понеже $2.4=8$ (§. 180.). Равноимѣрное облегченіе получается и въ продолженіи изобрѣтенія другихъ логариемическихъ чиселъ, что все явствуетъ изъ свойства логариемовъ, въ началѣ сей главы изъясненнаго.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 190. Знакъ Характеристической (nota characteristica) логариѳмовъ есть первое число, которое опредѣляется отъ прочихъ точкою, и показываетъ, къ какому классу, на пр. единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. принадлежитъ данной логариѳмъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 191. То есть, наблюдая десятерную пропорцію, все единицы ниже десяти, имѣютъ вмѣсто характеристики нуль; десятки жъ до ста, начинаютъ свой логариѳмъ отъ единицы; отъ сотни жъ до тысячи единицъ характеристика есть два, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Чего ради числа, которые на концѣ увеличиваются нулемъ, различають между собою только характеристикою. На пр. 6 есть логариѳмъ 0.7781512, логариѳмъ же 60 будетъ 1.7781512.

КОНЕЦЪ.



Ans. 7340